

2022年度

数 学 問 題

現代システム科学域〔環境社会システム学類（理・数型）、心理学類（理・数型）、
学域募集（理・数型）〕・経済学部・商学部・看護学部・生活科学部

注 意 事 項

- 1 問題冊子は、監督者が「解答始め」の指示をするまで開かないこと。
- 2 問題冊子は全部で8ページ、解答用紙は全部で4枚である。脱落のあった場合には申し出ること。
- 3 解答用紙の各ページ所定欄に、それぞれ受験番号（最後のページは、左右2箇所）、氏名を必ず記入すること。なお、解答用紙は上部で接着してあるので、はがさず解答すること。
- 4 解答は、すべて解答用紙の所定欄に記入すること。
- 5 解答以外のことを書いたときは、該当箇所の解答を無効とすることがある。
- 6 解答用紙の裏面は計算等に使用してもよいが、採点はしない。
- 7 問題冊子の余白は下書きに使用してもよい。
- 8 問題冊子は持ち帰ること。

(余 白)

第 1 問 (50点)

点 O を原点とする座標平面上において、点 A, B が

$$|\vec{OA}| = 3, \quad |\vec{OB}| = \sqrt{2}, \quad \vec{OA} \cdot \vec{OB} = 2$$

を満たすとする。また、点 A を通り直線 OB と平行な直線上の点 C が

$$|\vec{OC}| = 5, \quad \vec{OB} \cdot \vec{OC} < 0$$

を満たすとする。直線 OA と直線 BC の交点を D とする。次の問いに答えよ。

問 1 \vec{OC} を \vec{OA} と \vec{OB} を用いて表せ。

問 2 $\cos \angle AOC$ を求めよ。

問 3 $\triangle OAC$ の面積を求めよ。

問 4 $\triangle OBD$ の面積を求めよ。

(余 白)

第 2 問 (50点)

a, b を定数とし, $a \neq 0$ とする. xy 平面上において, 円 $x^2 + y^2 = 1$ を C_1 とし, 放物線 $y = ax^2 + b$ を C_2 とする. 次の問いに答えよ.

問1 $a = 2, b = -1$ のとき, C_2 は C_1 の内部を 3 つの部分に分ける. このうち原点を含む部分の面積を求めよ.

問2 $a > 0, b < -1$ とする. このとき, C_1 と C_2 が共有点をもつための条件を a, b を用いて表せ.

(余 白)

第 3 問 (50点)

a_1, a_2, \dots, a_n をそれぞれ 0 から 9 までの整数とし, $a_n \neq 0$ とする. n 桁の自然数

$$a = a_n \cdot 10^{n-1} + \dots + a_2 \cdot 10^1 + a_1$$

に対し, a_k を a の 10^{k-1} の位の数という. また, $n \geq 5$ のとき,

$$a_5 \cdot 10^4 + a_4 \cdot 10^3 + a_3 \cdot 10^2 + a_2 \cdot 10^1 + a_1$$

を a の下 5 桁という. 例えば, 7 桁の自然数 1234567 の 100 の位の数は 5 であり, 下 5 桁は 34567 である. 次の問いに答えよ.

問 1 $(1001)^{15}$ の下 5 桁を求めよ.

問 2 7^{80} の下 5 桁を求めよ.

問 3 2 桁の自然数のうち, 1 の位の数と 10 の位の数の和の 2 乗がその自然数自身に等しいものをすべて求めよ.

問 4 4 桁の自然数のうち, 1 の位の数と 10 の位の数と 100 の位の数と 1000 の位の数の和の 4 乗がその自然数自身に等しいものをすべて求めよ.

(余 白)

第 4 問 (50点)

関数 $f(x)$ を

$$f(x) = x^3 - \frac{5}{3}x$$

で定める. a を正の定数とし, 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(a, f(a))$ における接線を l_1 , 点 $(a, f(a))$ を通り直線 l_1 と垂直な直線を l_2 とする. 次の問いに答えよ.

問 1 直線 l_1 の方程式を a を用いて表せ.

問 2 直線 l_2 の方程式を a を用いて表せ.

問 3 直線 l_2 と曲線 $y = f(x)$ が 1 点だけを共有するとき, 正の定数 a のとり得る値の範囲を求めよ.