

2023年度 帰国生徒特別選抜

獣医学部

農学部

(応用生物科学科・生命機能化学科)

数学問題冊子

1～7ページ

(解答時間 60分)

注意

解答始めの指示があるまで問題冊子を開かないこと。

- (1) 解答用紙（3枚）は別に配付する。
- (2) 解答開始後ただちに、すべての解答用紙の所定欄に、受験番号を丁寧に記入すること。
- (3) 解答は、すべて解答用紙の所定欄に記入し、裏面は使用しないこと。 下書きには、問題冊子の余白を使用すること。
- (4) 解答終了後、配付された解答用紙はすべて提出すること。 問題冊子は持ち帰ること。

(余 白)

1. 以下の問いに答えよ。

(1) $x^3 - y^3$ を因数分解せよ。

(2) $x^3 - y^3 = 19$ を満たす整数 x, y の組をすべて求めよ。

(余 白)

2. O を原点とする空間内に 3 点 A, B, C があり, $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$, $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$ とおく。ただし,

$$|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1, \quad |\vec{c}| = \frac{1}{2}, \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}, \quad \vec{c} \cdot \vec{a} = \vec{c} \cdot \vec{b} = 0$$

を満たしているとする。さらに, $t \geq 0$ として, 点 D を

$$\overrightarrow{OD} = t(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}$$

と定める。このとき, 以下の問いに答えよ。

- (1) 三角形 OAB の面積を求めよ。
- (2) 四面体 $OABD$ の体積を求めよ。
- (3) $|\overrightarrow{OD}|$ を求めよ。
- (4) \overrightarrow{OD} と \vec{a} のなす角が 60° となるような t の値を求めよ。
- (5) 四面体 $OABD$ が正四面体となることがあるかどうかを調べよ。
四面体 $OABD$ が正四面体となることがあるときは, そのときの t の値を求め, 決して正四面体にならないなら, その理由を説明せよ。

(余 白)

3. $x \geq 0$ において定義された関数 $f(x) = xe^{-2x}$ について、以下の問いに答えよ。ただし、 $\lim_{x \rightarrow \infty} xe^{-2x} = 0$ であることは証明なしに用いてよい。

(1) $x \geq 0$ において、曲線 $y = f(x)$ の凹凸を調べて、 $y = f(x)$ のグラフの概形を描け。

(2) $a > 0$ とする。曲線 $y = f(x)$ と直線 $x = a$ 、および、 x 軸で囲まれた部分の面積を $I(a)$ とするとき、 $I(a)$ を a を用いて表せ。

(3) 極限 $\lim_{a \rightarrow \infty} I(a)$ を求めよ。

(余 白)

