

2024年度 帰国生徒特別選抜

獣医学部

数学問題冊子

1～7ページ

(解答時間 60分)

注意

解答始めの指示があるまで問題冊子を開かないこと。

- (1) 解答用紙（3枚）は別に配付する。
- (2) 解答開始後ただちに、すべての解答用紙の所定欄に、受験番号を丁寧に記入すること。
- (3) 解答は、すべて解答用紙の所定欄に記入し、裏面は使用しないこと。下書きには、問題冊子の余白を使用すること。
- (4) 解答終了後、配付された解答用紙はすべて提出すること。問題冊子は持ち帰ること。

(余 白)

1. 以下の問いに答えよ。

(1) $x^3 + 2y^3 - 3xy^2$ を因数分解せよ。

(2) $x^3 + 2y^3 - 3xy^2 = 31$ を満たす整数 x, y の組をすべて求めよ。

(余 白)

2. O を原点とする座標平面上に2点 A, B があり, $\vec{a} = \overrightarrow{OA}, \vec{b} = \overrightarrow{OB}$ とおく。これらは次の性質を満たしているとする:

$$|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1, \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = \cos \theta$$

ただし, θ は $0^\circ < \theta < 90^\circ$ を満たすとする。また, 直線 l に関して原点 O と対称な点を Q , 線分 OQ の中点を M とし, 直線 OQ 上の点 R で $\overrightarrow{OR} = 3\overrightarrow{OM}$ となる点 R をとる。さらに, t を実数として, 点 A を通り \vec{b} に平行な直線 l のベクトル方程式を

$$\vec{p} = \vec{a} + t\vec{b}$$

とおく。このとき, 以下の問いに答えよ。

- (1) 点 Q の位置ベクトルを \vec{a}, \vec{b}, θ を用いて表せ。
- (2) 内積 $\overrightarrow{OR} \cdot \vec{a}$ を θ を用いて表せ。
- (3) $\overrightarrow{RP} \perp \overrightarrow{OP}$ となるような直線 l 上の点 P の位置ベクトルを \vec{a}, \vec{b}, θ を用いて表せ。

(余 白)

3. 関数 $y = \frac{x}{\cos^2 x}$ について、以下の問いに答えよ。

(1) 开区間 $(0, \frac{\pi}{2})$ において、

$$x < \tan x < \frac{x}{\cos^2 x}$$

が成り立つことを示せ。

(2) 不定積分 $\int \frac{x}{\cos^2 x} dx$ を求めよ。なお、積分定数は省略してよい。

(3) 極限

$$\lim_{a \rightarrow +0} a \int_0^{\pi/2-a} \frac{x}{\cos^2 x} dx$$

を求めよ。ただし、 $\lim_{a \rightarrow +0} a \log |\sin a| = 0$ であることは証明なしに用いてよい。

(余 白)