大阪公立大学 Osaka Metropolitan University
理化学研究所 RIKEN
京都大学 KYOTO UNIVERSITY
PRESS RELEASE

配信先：大阪科学・大学記者クラブ、文部科学記者会、科学記者会、京都大学記者クラブ

2025 年 7 月 8 日

大阪公立大学、理化学研究所、京都大学

ブラックホールの響きを数学的な技法を取り入れ精密に捉えることが可能に

＜ポイント＞

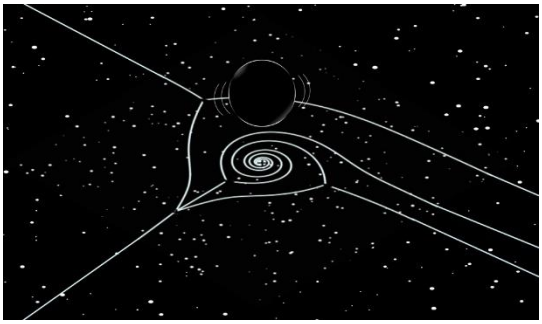
◇解析性の良い数学的な技法である「完全 WKB 解析※1」を物理学に取り入れた。

◇ブラックホールの準固有振動※2 の周波数構造を、従来よりも体系的かつ精密に捉えることができる手法を示した。

＜概要＞

ブラックホールは極めて強い重力を持ち、光さえも脱出できない天体です。ブラックホールが何らかの影響を受けて揺れ動くと、「準固有振動」と呼ばれる特有の振動パターンの重力波※3 を発します。例えば、ブラックホール同士が衝突すると、地球でも観測できるほど大きな重力波が放射されることがあり、ブラックホールの質量や形を知る手掛かりになります。合体したブラックホールがゆらぎながら小さくなる際、重力波は振動が急速に減衰しますが、この性質を体系的に記述することは複雑なため、より厳密な手法が望まれていました。

大阪公立大学数学研究所の宮地 大河特別研究員、理化学研究所 数理創造研究センターの難波 亮上級研究員、京都大学大学院理学研究科の大宮 英俊特定助教、京都大学 白眉センターおよび基礎物理学研究所の大下 翔誉特定助教らの研究グループは、数学的な技法である「完全 WKB 解析」を取り入れることで、急速に減衰するブラックホールの準固有振動の周波数構造を、体系的かつ精密に捉えることができる手法を示すことに成功しました。本研究結果により、さまざまな理論モデルにおけるブラックホールの重力波信号を、より厳密に解析できるようになり、今後の重力波観測の精度向上や、ブラックホールの正確な性質検証に結びつくことが期待されます。



らせん上で揺れ動くブラックホールのイメージ

本研究成果は、2025 年 6 月 24 日に国際学術誌「Physical Review D」にオンライン公開されました。また、重要な研究成果として認められ、Editors' Suggestion に選出されました。

完全 WKB 解析は、日本人数学者がその数学的基礎の確立に貢献しており、日本人研究者にとって優位性のある分野です。物理への応用は比較的最近進展し始めた段階で、今後の発展が期待されます。本研究がブラックホール物理への応用拡大の一助となれば幸いです。

宮地 大河特別研究員

＜研究の背景＞

ブラックホールは、宇宙で最も強い重力を持つ天体であり、その周囲の時空さえも大きく歪めます。そんなブラックホールが何らかの影響を受けて揺れ動くと、「準固有振動」と呼ばれる特有の振動パターンで、時空の伸縮を伴う波（重力波）を発します。これは、さまざまな楽器が固有の振動数や音色を持つことに似ています。ブラックホール同士の合体では、地球でも観測できるほど大きな重力波が放射されることもあり、ブラックホールの質量や形を直接知るための手掛かりにもなります。

しかし、この準固有振動を正確に理論的に求めることは簡単ではありません。特に数値計算に頼らない机上の解析計算の手法には、解の発散に関する問題や、ブラックホールの自由振動（振動の境界条件）の記述における複雑さなどがありました。これらの問題を回避しつつ、振動が急速に減衰する“高減衰モード”の性質を体系的に扱う手法は開発されていませんでした。

そこで本研究では、量子力学などでも用いられる「完全 WKB 解析」という数学的な技法を用いて、ブラックホールの準固有振動をより精密に求める新しい方法を提案しました。

＜研究の内容＞

本研究では、ブラックホールの地平面※4から宇宙の遠方までの空間において、波動方程式の解を“精密にたどる”ための数学的な手法として、完全 WKB 解析を用いました。

この手法では、ブラックホールの地平面近傍の空間を複素数に拡張した際に生じる「ストークス曲線※5」という特殊な曲線に注目します（図 1）。これは、数式の中で波の性質が急に変わる境界を意味しており、これまでの研究では見過ごされてきた「無限に続くらせん状のストークス曲線」や「分岐線」などの複雑な数学的構造を明確に解析に取り入れました。

その結果、急速に減衰する準固有振動の周波数構造を、従来よりも体系的かつ精密に捉えることができる手法を示すことに成功しました。これにより、理論と観測の間をつなぐ解析手法の一つとして、完全 WKB 解析の有効性が具体的に示されました。

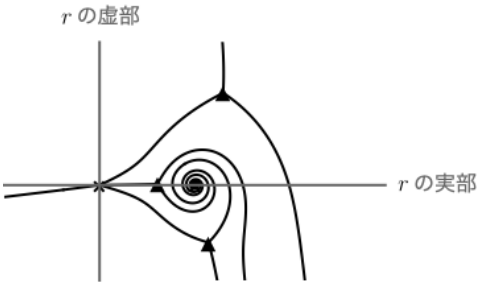


図 1：本研究で現れるストークス曲線
らせんの中心がブラックホールの地平面に対応している。図中の”r”はブラックホール中心からの距離に対応。

＜期待される効果・今後の展開＞

本研究成果により、さまざまな理論モデルにおけるブラックホールの響き（＝重力波信号）の解析を格段と見通し良く行うことができるようになります。そして、2015 年以降続々と検出されている重力波の理論的な波形模型構築にも寄与すると期待されます。これは、将来の重力波観測の精度向上や、ブラックホールの性質のより正確な検証に直結するものです。

さらに、この完全 WKB 解析の手法は、ブラックホール以外にも応用可能であり、量子力学、場の理論、量子重力理論などの幅広い分野に波及する可能性があります。今後は、回転ブラックホールへの応用や、量子重力効果と関連する研究への発展にも期待できます。

＜資金情報＞

本研究は科研費（JP23KJ1543、JP23K25868、JP23H00110、JP23K13111）、公益財団法人 山田科学振興財団、京都大学白眉プロジェクト、国立研究開発法人理化学研究所 2022～2023 年度独創的研究提案制度（奨励課題）の支援を受けて実施しました。

＜用語解説＞

※1 完全 WKB 解析：WKB 法（Wentzel–Kramers–Brillouin 法）という複雑な微分方程式を近似的に解く手法で得られる級数は、発散することが多く、全体構造を捉えるには限界がある。完全 WKB 解析では、この発散級数を Borel 和という手法で収束させ、解析性の良い解を導く。複素平面上での解の構造も扱うことができ、ブラックホールや量子系の解析において強力な手段となる。

※2 準固有振動：ブラックホールが固有に持つ振動パターンで、ブラックホールの質量（重さ）と角運動量（回転）のみで決まる振動数と減衰率を持つ。重力波観測においては、主に 2 つのブラックホールの合体後に形成されるブラックホールの質量や回転などの情報を読み取る重要な手掛かりとなる。

※3 重力波：アインシュタインの一般相対性理論により予言された、時空のゆがみが波として伝わる現象。ブラックホールや中性子星の合体などで発生し、2015 年にアメリカの重力波望遠鏡 LIGO によって初めて直接観測された。

※4 ブラックホールの地平面：ブラックホール近傍において、光さえも脱出できなくなる領域と、その外側とを分ける境界のこと。「事象の地平面」とも呼ばれる。

※5 ストークス曲線：微分方程式の解が場所によって急に変わるストークス現象と呼ばれる現象において、変化の起きる境界線が「ストークス曲線」であり、ブラックホール周辺の波動解析でも重要な役割を果たす。

＜掲載誌情報＞

【発表雑誌】Physical Review D
【論 文 名】Path to an exact WKB analysis of black hole quasinormal modes
【著　　者】Taiga Miyachi, Ryo Namba, Hidetoshi Omiya, Naritaka Oshita
【掲載 URL】https://doi.org/10.1103/1gmr-9f1g

【研究内容に関する問い合わせ先】
大阪公立大学数学研究所
特別研究員　宮地 大河（みやち たいが）
E-mail：tmiyachi@omu.ac.jp

【報道に関する問い合わせ先】
大阪公立大学 広報課
担当：谷
TEL：06-6967-1834
E-mail：koho-list@ml.omu.ac.jp

理化学研究所 広報部 報道担当
TEL：050-3495-0247
E-mail：ex-press@ml.riken.jp

京都大学 広報室 国際広報班
TEL：075-753-5729
E-mail：comms@mail2.adm.kyoto-u.ac.jp