



大阪科学・大学記者クラブ 御中
(同時提供先: 文部科学記者会、科学記者会)

9 産業と技術革新の
基盤をつくらう



2022年8月26日
大阪公立大学

遺伝子解析などへの応用が期待

ベイズ統計によってデータの対称性を探索する方法を開発

<ポイント>

- ◇多次元データの対称性をベイズ統計によって効果的に探索する数学的方法を開発。
- ◇ベイズ統計のネックとされていた積分計算の困難さに対し、正確な公式を導出。
- ◇遺伝子解析などの応用が期待。

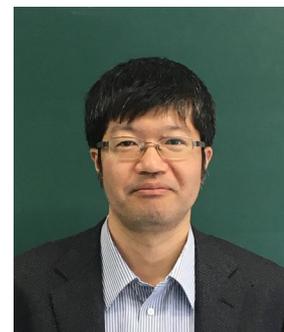
<概要>

大阪公立大学大学院理学研究科の伊師 英之教授、アンジェ大学（フランス）の Piotr Graczyk 教授、ワルシャワ工科大学（ポーランド）の Bartosz Kołodziejek 助教、ヨーク大学（カナダ）の Hélène Massam 教授からなる国際研究グループは、群の表現論^{*1}という純粋数学分野の知識を活用し、多次元データの対称性をベイズ統計の技法によって探索する方法を開発しました。

ベイズ統計は、計算機の性能向上や、人工知能への活用の可能性から、近年一層の脚光を浴びており、2022年7月には、文部科学省が策定した「2030年に向けた数理科学の展開—数理科学への期待と重要課題—」内の、AI×数理科学の分野で取り上げられています (https://www.mext.go.jp/b_menu/houdou/kagaku/2022/mext_01067.html)。ベイズ統計には複雑な積分計算が必要とされるため、多くの場合、近似計算で処理されています。本研究では、未だ見つけられていなかった正確な積分公式を導出することができました。今後、先行研究に比して探索の精度が上がり、遺伝子解析などの注目分野においてさらなる応用が期待できます。

本研究成果は、「Annals of Statistics」にオンライン掲載済みです。

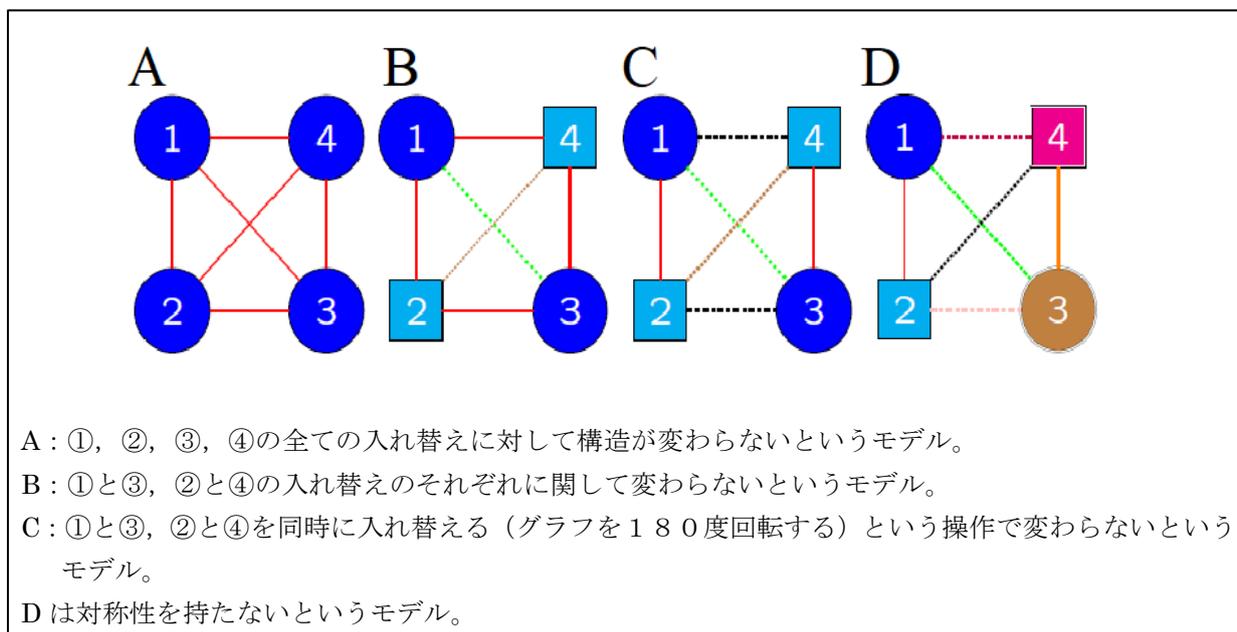
私の専攻は非可換調和解析とよばれる純粋数学の分野で、美しい積分公式を追い求めて研究を続けてきました。さまざまな出会いを経て数理統計が積分公式の宝庫だと認識するようになり、現在では統計の分野で共同研究を展開しています。今回の研究のような、純粋数学と数理統計の双方にとって面白い結果が出せるよう今後も研究を進めていきます。



伊師 英之教授

<研究の内容>

多次元データの対称性を考える際によく使われる例として、G. P. Frets が計測した 25 の家族の『①長男の頭の長さ ②長男の頭の幅 ③次男の頭の長さ ④次男の頭の幅』というデータを扱おうとします。このデータにおいて、仮に①と③、②と④をそれぞれ入れ替えたとき、分布の構造が変化しないかどうか（対称性があるかどうか）を計算によって導き出します。そのようなデータの対称性は次のような色付きのグラフで表現されます（図）。



構造を変えない入れ替えで移りあう頂点や辺を同じ色や形にすることで、対称性を表現しています。このような統計モデルは色付きグラフィカルモデルとよばれています。

上述の設定では、4つのデータの置換に関して22のパターンが考えられます。ベイズ統計の考え方では、まずそれら22個は同じ可能性をもつと想定し（事前確率）、25家族のデータを組み入れた後でどのように可能性が変化するかを計算し（事後確率）、事後確率が一番大きいパターンが最も確からしさが高いと判断します。この事後確率の計算には、複雑な積分計算が必要ですが、本研究ではそのための正確な積分公式を導出できました。さらに、データが10個になると数百万、18個だと数百京（けい）というように、データ数が増えれば増えるほど、膨大な数のパターンから最適なものを選択することになるため、問題を厳密に解くのが困難になりますが、本研究ではそのような場合でも有効な近似解を求めるアルゴリズムの開発に成功しました。

<期待される効果・今後の展開>

データの対称性はさまざまなモデルで普遍的にみられるもので、対称性の存在が確認されれば、そのデータの構造を表示するのに必要なパラメータの数、そしてパラメータを定めるために必要なサンプルの数も何分の一にも削減できます。今後、本研究成果を応用することで、遺伝子解析において、染色体が別の場所でも同じ機能をもつような部位を発見すること等が期待できます。

<資金情報>

- JST さきがけ「正定値対称行列の数理に関する革新的新技術」（2016.10.5～2020.3.31）
- 科研費（基盤研究(C) 16K05174）「凸錐上の調和解析とその応用」（2016.4.1～2021.3.31）
- 科研費（基盤研究(C) 20K03657）「凸錐上の解析と幾何の新展開」（2020.4.1～2024.3.31）

<用語解説>

※1 群の表現論：一般的に対称性とは、置換や回転といった操作によって変わらない性質と捉えることができる。その操作の集まりの満たすべき条件を公理化したものが群という概念であり、群の構造を行列の代数構造と対応させることで調べる分野を群の表現論という。現代数学だけでなく、物理や化学にも広く応用されている。

<掲載誌情報>

【発表雑誌】 Annals of Statistics

【論文名】 Model selection in the space of Gaussian models invariant by symmetry

【著者】 Piotr Graczyk, Hideyuki Ishi, Bartosz Kołodziejek and Hélène Massam

【掲載 URL】 <https://doi.org/10.1214/22-AOS2174> (2022年6月16日オンライン掲載)

【研究内容に関する問い合わせ先】

大阪公立大学大学院 理学研究科
教授：伊師 英之 (いし ひでゆき)
TEL：06-6605-2611
E-mail：hideyuki-ishi@omu.ac.jp

【報道に関する問い合わせ先】

大阪公立大学 広報課
担当：國田 (くにだ)
TEL：06-6605-3411
E-mail：koho-list@ml.omu.ac.jp