プログラミング演習 第 6 回 演習課題

2021/11/05

学習内容：　繰り返し処理を用いるスクリプトの練習

問題１　SIR モデルは感染症の流行過程を記述する古典的モデルとして知られている（Kermack and McKendrick, 1927）．SIR モデルの S は Susceptible（免疫の無い人），I は Infected（感染した人），R は Recovered（免疫のある人）という意味である．SIR モデルは次式で表される．

$$\frac{dS}{dt} = -\beta \frac{S(t)}{S_0} I(t)$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta \frac{S(t)}{S_0} I(t) - \gamma I(t)$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I(t)$$

ここで β は感染率（1/週），γ は回復率（1/週），S_0 は初期の総人口を表す．感染者数は免疫の無い人の割合と感染者数の掛け算によって増大し，感染者数は一定割合で回復し，免疫を獲得する．(1)〜(3)式の和は 0 になっており，ここで総人口は一定という仮定をしていることになる．β/γ は再生産係数を表す．
初期の人口を 1 億人（全員免疫無し）＋感染者 1 名と仮定して以下の問いに答えなさい．

（１）　$\beta = 1.5$，$\gamma = 0.5$（再生産係数=3.0）における 52 週間の S, I, R の変化を作図し，感染者数のピーク時期を求めなさい．（解答としてはグラフからの読み取りでよい）

（２）　病床使用率の増加により早期治療が困難で，回復率が $\gamma = 0.25$ に低下している場合（再生産係数=6.0）にはどのような変化となるか作図して(1)と比較しなさい．

ヒント
式（1）を離散化し，漸化式の形に直してみると以下のようになる．

$$S_{t+1} = S_t - \beta \frac{S_t}{S_0} I_t \Delta t$$

ここで添え字 t は時刻を表す．前時刻の S や I が与えられれば，上記の漸化式を通じて次の時刻の値が予測できるという関係にある．(1)式は非線形項である．
これは基本的に例題で

```
sumi = 0;
for I = 1:10
        sumi = sumi +10;
end
```

を求めたことと同じロジックである．
S, I, R はベクトル変数とした場合には plot2d による作図は for 文の外に書かれる．しかし，それらをスカラー変数として更新される値にした場合は，plot2d は for 文の中に書かれる必要がある．

問題２　SIR モデルの中にワクチン接種による免疫獲得と，抗体低下による免疫喪失の作用を入れることを考えてみる．

$$\frac{dS}{dt} = -\beta \frac{S(t)}{S_0} I(t) + \delta R_t - v$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta \frac{S(t)}{S_0} I(t) - \gamma I(t)$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I(t) - \delta R_t + v$$

ここでδは免疫喪失率，v はワクチン接種件数（人/週）を表す．
初期の人口を 1 億人（全員免疫無し）＋感染者 1 名と仮定して以下の問いに答えなさい．

（３）　$\beta = 1.5$，$\gamma = 0.5$（再生産係数=3.0）における，$v = 350{,}000$ 人／週の時の，52 週間の S, I, R の変化を作図し，（１）と比べてワクチンの効果を議論しなさい（免疫喪失はないとする）．#1

（４）　$\beta = 1.5$，$\gamma = 0.5$（再生産係数=3.0）における，免疫喪失率$\delta = 0.05$の時の，100 週間の S, I, R の変化を作図し，どのような現象が生じているかを考察しなさい（ワクチン接種はないとする）．

（５）　ここまでの検討を踏まえて，感染症対策で何を重視すべきか，感じたことをまとめなさい．

#1 初期の人口 1 億人のうち，1 千万人が既にワクチン接種済みで免疫を獲得していた場合と比較してみても面白い．できるだけ早くワクチン接種を行う必要性がわかります．