

アンビエントアイソトピーによる 空間グラフの分類

森内博正
大阪市立大学 後期博士課程 2年

空間グラフとはグラフ G の 3 次元球面 S^3 への埋め込みである. G が 2 つの頂点とそれらをつなぐ 3 本の辺からなるとき, その空間グラフを θ -曲線という. また, G が 2 つの頂点とそれらをつなぐ 1 本の辺, およびそれぞれの頂点を両端点にもつ 2 個のループからなるとき, その空間グラフを手錠型グラフという. 私はタングルと θ -基本多面体を利用して, 7 交点以下の素な θ -曲線と手錠型グラフの数え上げを行なった. それは, 交点の少ないものから順に θ -曲線と手錠型グラフを人の手によって数え上げられるという利点がある.

ここで, タングルとは 1 次元多様体の 3 次元球体 B^3 への埋め込みを 2 次元円板に正則射影した図式のことであり, θ -基本多面体とは 3 値頂点が 2 個で他の頂点は全て 4 値であるような, 2 辺形を含まない連結な平面グラフのことである. 4 値頂点が 7 個以下の素な θ -基本多面体は 24 個存在し, 4 値頂点部分に代数タングルと呼ばれる特殊なタングルを代入することで 7 交点以下の素な θ -曲線と手錠型グラフの図式を全て数え上げることができる. それらが表す空間グラフをアンビエントアイソトピーで分類し, θ -曲線と手錠型グラフの表を作成した.

今後の展開としては, 8 交点以上の θ -曲線と手錠型グラフの表を作成するというものと, θ -曲線と手錠型グラフと同じく, 3 値頂点をもつ空間グラフである 4 頂点完全グラフの分類を行なうというものの 2 方向に分かれる. 双方とも, 上述のような人の手によった方法では, 簡単ではあるけれども相当の時間がかかるので, 能率を上げるために新たな方法を考案するのがよいのかかもしれない.