

今後の研究計画

背景

Ichino–Ikeda は、特殊直交群 SO_n に対する Ichino–Ikeda 予想を定式化する際、ある行列要素の積分を計算するために、 SO_n に関する局所 Shintani 関数の明示公式を用いた。申請者は、斜交群 $G_n = Sp_{2n}$ と非簡約群である n 次 (かつ指数 1 の) Jacobi 群 $G_n^J = G_{n,1}^J$ に対して Shintani 関数の概念を拡張し、その応用として G_n^J と G_n に対する Ichino–Ikeda 予想の類似を追究しようと考えた。Shintani 関数の研究は、Ichino–Ikeda 予想以外にも、保型 L -関数の構成や表現の分岐則とも関連し、数論と表現論の両面から魅力的な課題である。保型 L -関数の構成への応用、Jacobi 群に対する Ichino–Ikeda 予想の定式化とその証明という将来的に取り組むべき課題の基礎として、申請者はまず G_n^J と G_n に対する局所 Shintani 関数の明示公式と、関連する保型形式のリフティングに関する研究に取り組みたい。

研究計画

G_n^J と G_n に関する **Shintani 関数の明示公式とその保型 L -関数への応用。**

(1) G_n^J と G_n に関する局所 **Shintani 関数の明示公式の導出。**

一般に局所 Shintani 関数は、2 つの簡約代数群 $H_0 \subset H$ の既約表現のテンソル積から H_0 の自明表現への射を用いて定義される。まず Shintani 関数の定義を非簡約群に拡張する。次に (G_n^J, G_n) の Shintani 関数を Poisson 積分として構成し、その明示公式の導出を試みる。有限素点においては不分岐主系列表現に関する Shintani 関数、実素点においては離散系列表現に関する Shintani 関数から考察を始めたい。

(2) G_n^J と G_n に関する **Murase–Sugano 型積分の定式化とその計算。**

Murase–Sugano 型の大域積分を定式化し、基本等式の証明を試みる。基本等式により、大域積分は、局所 Shintani 関数を被積分関数とする局所積分の積として表されることが期待できる。基本等式を証明した後、局所 Shintani 関数の明示公式を用いてその局所積分を計算し、その局所積分が何らかの保型 L -因子となっていないか考察したい。

Jacobi 群 G_n^J に関するリフティングの研究。

京都産業大学の村瀬篤氏との共同研究として $O_{2,1} \times G_n^J$ および $O_{3,2} \times G_n^J$ のテータリフトの研究を行う。2021 年度には村瀬氏と共に楕円モジュラー形式から Jacobi 形式へのリフティング (Shintani リフト) の研究を行った。我々は Shintani リフトを $O_{2,1} \times G_1^J$ の “Weil 表現” を用いたテータリフトとして再定式化し、そのノルム公式を証明した。今後は Siegel モジュラー形式や高次の Jacobi 形式に対する、これらの結果の一般化を考えていきたい。