

今後の研究計画

準分裂でない $SO(2n+1)$ の表現の分類

現在私は、 $SO(2n+1)$ の保型表現及び局所の表現の分類に取り組んでいる。これは既に Arthur によってよく調べられているが、そこでは $SO(2n+1)$ が準分裂であるという技術的な仮定がある。

先行研究として準分裂とは限らない一般のユニタリ群の表現の分類に取り組んだ Kaletha らのプレプリントがある。これを参考にして、準分裂でない $SO(2n+1)$ を準分裂な $SO(2n+1)$ の内部形式とみることで、Arthur の結果に適宜帰着させながら保型表現及び局所の表現の分類定理の証明を進めている。保型表現及び局所の表現の分類は、数論分野における大予想であるラングランズ対応の重大な1ステップであり、その点での意義がある。さらにこの課題にはもうひとつ大きな特色がある。Gan-Savin や Gan-市野の研究で、 $Mp(2n)$ の表現と $SO(2n+1)$ の表現の間の対応が与えられているので、準分裂でない $SO(2n+1)$ の表現の分類定理を与えることで、メタプレクティック群 $Mp(2n)$ の表現の分類定理も与えられることになる。

研究は9割ほど進んでいて、すでに完成の見通しは立っている。執筆もこれを追う形で進めている。

重さ半整数の newform とメタプレクティック群 $Mp(4)$ の local new vector

伊吹山予想の発展として newform について調べる。保型形式にはレベルという情報がある。そして、より小さいレベルの保型形式を newform と呼ぶ。次数1の場合は上田-山名による、志村五郎氏の結果における newform の研究がある。そこでこれに倣い、次数2の重さ半整数の保型形式についても伊吹山予想における newform の研究をしようと考えている。そして local new vector とは、保型表現の局所成分である局所体上の群の表現における、newform に対応するベクトルをいう。この課題では次数2の重さ半整数の newform や $Mp(4)$ の表現の local new vector の存在と個数について調べる。

まず newform については、重さ整数のケースがよく知られているため、伊吹山予想のように重さ半整数の newform と重さ整数のそれらとの間の同型を構成することで結果を出す。これには上田-山名による次数1での先行研究がある。これを参考に予想を立て、私自身による伊吹山予想の証明[Is2]の手法を応用して証明をする。一方 local new vector については Roberts-Schmidt による次数1の場合の先行研究を次数2に拡張する。Roberts-Schmidt の研究では Waldspurger の結果を用いて $Mp(2)$ の local new vector の存在と個数を調べているので、Waldspurger の一般化である Gan-Savin や Gan-市野の研究を用いて進める予定である。最後に、newform と local new vector の研究結果を比較・考察する。

保型表現の分野には「GGP 予想」という保型表現や局所体上の表現とその L 関数に関する重要な予想がある。その L 関数の計算には newform が有用で、どれくらいレベルの小さな newform や local new vector が存在するか、という情報には大きな価値がある。