

今後の研究計画

河村建吾 (Kengo Kawamura)

(1) 有向ローズマン変形の極小生成集合に関する研究

4次元空間内の曲面結び目を3次元空間へ射影した像に高さの情報を加えた図式を曲面ダイアグラムという。二つの曲面ダイアグラムが7種類のローズマン変形の有限列で移り合うとき、かつそのときに限り、それらは同値な曲面結び目を表すことが知られている。したがって、曲面ダイアグラムから有向曲面結び目の不変量を構成するときは、構成した数量が7種類のローズマン変形に関して不変であることを示せばよい。しかし、7種類のローズマン変形は曲面の高さの情報や曲面に指定する向きによって50個の変形に細分化されるため、これをすべて調べ上げることは容易ではない。そこで、この50個の変形を生成するような有向ローズマン変形の部分集合を決定できれば、不変性の確認作業を単純化することができる。このような集合を有向ローズマン変形の生成集合という。最近の私の研究によって、10個の変形からなる有向ローズマン変形の生成集合が構成されている。本研究の目的は、有向ローズマン変形の極小生成集合（1個でも取り除くと50個を生成できなくなる生成集合）を構成することである。

(2) 有向曲面結び目の拡大アレクサンダー不変量に関する研究

最近、石井敦氏（筑波大学）と大城佳奈子氏（上智大学）が有向結び目の新たな不変量を開発した。これは拡大アレクサンダー不変量と呼ばれ、ねじれアレクサンダー不変量やカンドルコサイクル不変量の情報を含む強力な不変量である。本研究では、石井・大城両氏と共同研究を行い、有向曲面結び目の拡大アレクサンダー不変量の開発することを目的とする。また、有向曲面結び目の拡大アレクサンダー不変量とカンドルコサイクル不変量との関係を明らかにする。有向結び目の拡大アレクサンダー不変量はダイアグラムから行列を構成することで計算される。現状では、有向曲面結び目の曲面ダイアグラムから同様の構成によって得られた行列が、7種類のローズマン変形によってどのように変化するかを研究(1)と組み合わせながら細かく分析している最中である。今後は、7種類のローズマン変形によって行列が変化する場合に、その変化を打ち消すような数量を定めることで、有向曲面結び目の拡大アレクサンダー不変量の開発につなげていきたい。曲面ダイアグラムとその変形は複雑なので、必要に応じて、曲面結び目の形状を球面に限定したり、曲面ダイアグラムを分岐点を持たないものに限定する。

(3) 有向特異曲面結び目のカンドルコサイクル不変量に関する研究

カンドルとは、有向結び目のダイアグラムに関する有向ライデマイスター変形を公理化した代数系であり、有向結び目や有向曲面結び目の不変量を構成することができる。代表的な有向曲面結び目の不変量は、カンドルの3コサイクルを用いたカンドルコサイクル不変量であり、これは有向曲面結び目の非可逆性の判定や最小三重点数の評価などに応用されている。一方、このカンドルコサイクル不変量は有向特異曲面結び目の不変量にならないことが知られている。（特異曲面結び目とは自己交差点を持つような曲面結び目のことである。）なぜかという、自己交差点に関係する8種類目のローズマン変形によって不変性が保たれないからである。最近の私の研究によって、カンドルコサイクル不変量が有向特異曲面結び目の不変量となるように、カンドルコホモロジー群を修正する方法がわかっている。そこで本研究では、コンピュータを用いて修正版の3コサイクルの具体例を求め、それを有向特異曲面結び目の非可逆性の判定や最小三重点数の評価に応用することを目的とする。