

これまでの研究成果のまとめ

河村 建吾 (Kengo Kawamura)

(1) ローズマン変形と曲面ダイアグラムの局所的な性質に関する研究

曲面結び目理論では、曲面結び目を 3 次元空間へ射影した像に高さの情報を加えた図式（曲面ダイアグラムという）を利用する研究手法が 1990 年代から発展している。4 次元空間内の曲面結び目の同値変形は、曲面ダイアグラムと 7 種類の局所変形（ローズマン変形）によって表される。私は、曲面結び目の同値変形を表すために必要なローズマン変形が 6 種類で十分であり、5 種類以下では不十分であることを証明した（査読付き論文 [6]）。

(2) ローズマン変形と曲面ダイアグラムの大域的な性質に関する研究

(1) で得られた結果は、同値な曲面結び目を表す 2 つの曲面ダイアグラムが、少なくとも 6 種類のローズマン変形を組み合わせることで、一方から他方へ変形できることを意味するが、一方から他方へ変形するときに必ず使用されるローズマン変形はどれかという問題の答えにはならない。私は、大城佳奈子氏（上智大学）と田中心氏（東京学芸大学）との共同研究で、一方から他方へ変形するときに、三重点を巻き込むようなローズマン変形が必ず使用される曲面ダイアグラムのペアを無限個構成することに成功した（査読付き論文 [5]）。

(3) リボン・クラスプ型曲面結び目に関する研究

査読付き論文 [7] で研究したクラスプ数と呼ばれる結び目の不変量を曲面結び目の不変量に拡張しようと試みた。その試み自体は失敗に終わったが、その代わりに、リボン・クラスプ型曲面結び目という新しいクラスの曲面結び目を発見した。リボン・クラスプ型曲面結び目は、曲面結び目理論でよく研究されるリボン型曲面結び目の拡張概念となっている。私は、鎌田聖一氏（大阪大学）との共同研究で、リボン・クラスプ型曲面結び目の幾何的な特徴づけをいくつか与えた。また、自己交差点を持つ曲面結び目（特異曲面結び目）の標準形を新たに定義し、特異曲面結び目はいつでも標準形に変形できることを証明した（査読付き論文 [4]）。

(4) 曲面ダイアグラムに含まれる三重点の最小個数に関する研究

結び目理論では、結び目を 2 次元平面に射影した像に高さの情報を加えた図式（ダイアグラムという）が利用され、結び目のダイアグラムに含まれる交点の最小個数は 1~2 個にならないことが知られている。曲面結び目理論では、曲面結び目が自己交差点を持たない球面であるとき、その曲面ダイアグラムに含まれる三重点の最小個数は 1~3 個にならないことが知られている。私は、自己交差点を持つ曲面結び目（特異曲面結び目）に対して、同じような結果が成り立つかどうかを研究し、同様の結果を得ることに成功した（査読付き論文 [2]）。すなわち、特異曲面結び目が自己交差点を 1 個持つ球面であるとき、その曲面ダイアグラムに含まれる三重点の最小個数は 1~3 個にならない。

(5) 領域交差交換とアーフ不変量に関する研究

結び目理論におけるアーフ不変量とは、結び目もしくはプロパー絡み目に対して定まるコボルディズム不変量のことである。アーフ不変量を計算する方法はいくつか知られている。例えば、 $\mathbb{Z}_2$ -ザイフェルト形式や多項式不変量、局所変形、4 次元トポロジーの技術などを使う。私は、領域交差交換と呼ばれる局所変形と等価な概念である bicolored diagram を導入し、これを用いてアーフ不変量の計算方法を新たに開発した（査読付き論文 [1]）。