

(i) 研究目的・意義

この研究の目的は複素代数 $K3$ 曲面 (以下, 単に $K3$ 曲面と呼ぶ) の代数幾何的な性質を理解することである. $K3$ 曲面の幾何は特異点理論や代数曲線論などの古典的分野を初め, 数理論理学などと深い関連がある. $K3$ 曲面を代数幾何学的に理解するためには周期写像や Picard 群の研究が不可欠であるが, 特に Picard 群と関連して, 曲面上の曲線の振る舞いを理解することが必要になってくる. 解析幾何や数理論理学に関連するが, $K3$ 曲面から Lie 代数への写像のモジュライ空間による $K3$ 曲面の特徴付けは, 長期的な研究課題である. 以下の課題について考察する:

課題 1. 特異点の代数的位相幾何的な性質と $K3$ 曲面の関係について.

課題 2. $K3$ 曲面から Lie 代数への写像のモジュライ空間について.

課題 3. $K3$ 曲面内の点付き曲線の Weierstrass 半群について.

(ii) 研究内容

課題 1 (マンハイム大学の Claus Hertling 教授との共同研究)

ここでの計画は次の通りである:

- 一般には Seifert 形式付きの Milnor 格子は特異点を区別することはできないが, 特別な特異点に関しては Seifert 形式付きの Milnor 格子が特異点に対して Torelli 型定理を与えるのではないかと, について考察したい.
- 米村により分類された, $K3$ 特異点のクラスは 95 種類存在することが知られている. 重み付き射影空間の反標準因子の切断を取ることににより, これらの特異点に, $K3$ 曲面を関連付けることができる. 本研究では, $K3$ 特異点の Milnor 格子と $K3$ 曲面の Picard 格子・超越格子を比べ, 何らかの関係性がないかどうか, を考察する. Picard 格子や超越格子により, $K3$ 曲面の幾何学的な性質を抽出できることを予想している.

課題 2 特異点理論ともつながりがあると考えられるが, ここでは (正則などの仮定をこめるかもしれないが) $K3$ 曲面から Lie 代数への写像のモジュライ空間について考察する. 代数的な方法だけでなく, 解析的な技術の必要性を予見している.

課題 3 (神奈川工科大学の米田二良 教授との共同研究)

ここでは以下の問題を考察する:

- 有理楕円曲面から得られる $K3$ 曲面上は, どのような Weierstrass 半群を持つ点付き曲線を含んでいるか.
- 半群が Weierstrass であるための, 今まで知られていない何らかの条件を見つけることができるか.
- タイプ 2 の半群について何らかの構造定理を得ることができるか.

(iii) 研究の展望

特異点や Lie 代数の研究は局所的な性質を理解する一方, $K3$ 曲面の研究は大域的であると言える. しかしながら, 一見全く異なるように見える二つの研究対象も, 深い関係性があるはずである. 格子理論や部分多様体の代数幾何学的手法を用いることにより, 上で計画された研究により, それらの関係性の問題を解決することができると考えている.