

これまでの研究成果のまとめ — 松下 泰雄

2022 年度申請

2021 年 12 月 20 日

松下泰雄の研究テーマは主として不定計量をもつ多様体の幾何学で、微分トポロジーおよび微分幾何学の観点からの研究である。これまでの主要な研究成果は次のとおりである。

最新の成果： 4 次元 Walker 多様体が Kaehler 計量をもつならば、3 つの計量成分 a, b, c のすべてが、調和関数となることが証明されていた (拙著 2005)。この性質は、偶数次元 $(2n)$ の Walker 多様体が、2 次元ヌル平面場を許容するときにも成立する一般的な性質であることを解明した (投稿中)。

1. $(++--)$ の 4 次元 Neutral 計量の存在条件を確定した。ローレンツ型以外の不定値計量の存在条件の初めて結果である。4 次元 Neutral 計量の存在は、2 次元平面場の存在と同値であることから、Hirzebruch-Hopf の定理と、Donaldson のフィールズ賞の業績の結果を応用して、Euler 数と Hirzebruch 指標による位相不変量の条件式として確定させた。その条件は 2 種類の概複素構造反概複素構造の存在と同値であることも示した。この成果は、Donaldson のフィールズ賞の研究をまとめたオックスフォード出版の著書 *The Geometry of Four-Manifolds* で紹介されている。
2. Goldberg 予想 (Einstein 概 Kaehler 多様体の概複素構造は可積分である) の反例を 8 次元ニュートラル多様体上で構成した。不定計量空間による初めての反例である。
3. コンパクト 4 次元ニュートラル・Einstein 多様体の Euler 数と Hirzebruch 指標に関する条件は、コンパクト 4 次元 Riemann・Einstein 多様体の Hitchin-Thorpe 不等式と類似し、符号だけが異なる不等式であることを示した。
4. 4 次元概複素多様体がさらに反概複素構造を許容する条件は、ニュートラル計量、および平面場を許容する条件と同値であることを証明した。
5. Enriques・Kodaira の分類表に基づき、コンパクト複素曲面が、反概複素構造を許容する必要十分条件が、第 2 チャーン数が偶数のときであることを証明した。
6. Petean が 4 次元 Neutral-Einstein-Kaehler 計量の例を示した。それらのうち、non-flat torus, primary Kodaira surfaces および Hyper elliptic surfaces は、Walker 計量であることを証明した。
7. ヌルベクトルの一般化として、ノルムが 0 となるテンソルをイソトロピックテンソルと定義した。さらに概複素構造の共変微分の 2 乗ノルムが 0 となるものをイソトロピック Kähler と定義して、4 次元 Engel 多様体が許容することを証明した。
8. スピノール解析による曲率テンソルの詳細な分類に基づく不定計量空間の研究においても結果を得た。
9. 2007 年に、Goldberg 予想の反例を 8 次元ニュートラル指標 $(+4, -4)$ の Walker 多様体上で発見した。
10. 2015 年に、6 次元の指標が $(+4, -2)$ の Walker 多様体上でも反例を発見した。
11. 2016 年に、再び、8 次元ニュートラル指標 $(+4, -4)$ の Walker 多様体上で発見した が、この反例は反概複素構造によるものである。
12. 2019 年、 n 次元不定計量空間で指標が $(n-2, 2)$ の Walker 多様体では、任意に 2 次元調和関数を 1 つ選び、Walker 計量の 1 成分とすると Kähler 構造となることを示した

以 上