

今後の研究計画

松本堯生

不変量が自明な可微分多様体の問題は4次元トポロジーの主要な古典的難問と言えます。とくに2次元滑らか結び目は補空間の基本群が整数群と同型なら解けるかという2次元滑らか結び目解け予想と4次元可微分ホモトピー球面は4次元球面に微分同相かという4次元可微分ポアンカレ予想が重要と考えられます。

2次元ブレイドが平面上の1次元チャート図形で表されることを用いると、その1変数族は時間軸を付け加えて3次元空間内に表せます。すると適当な上部カスプを取り、自明な2次元ブレイドである一番下の端点近くまで位置を下げることができ、カスプの生滅の間に他の交点はなくなります。この状況をカスプの局所表示やブレイド群を使って解析すると、例えばこの部分の両端は自明なトーラスを連結和するとイソトピックな埋め込みとなることが分かり、帰納法によって元の結び目は自明なトーラスを連結和すると、自明なトーラス結び目となることが分かります。これがマルコフ型定理を仮定した結果です。

さらに、もう少し頑張ると元の結び目はある結び目と連結和すると自明になり、そのような結び目は自明であることを示すという多角的な挑戦方法があり得ます。なお、もう一度2次元ブレイドの1変数族の解析に徹するのも意外と良い方法かもしれません。

さて最近大事件が起きました。河内明夫氏が凄いプレプリントを arXiv に投稿したので。滑らか2次元結び目解け予想の解決とさらに滑らか4次元ポアンカレ予想の解決を主張するものです。直交2次元ハンドル組の概念が有効と感じられますが、読むのが大変難しい論文です。我々は鎌田氏を世話人として河内氏自身も参加する勉強会を始めました。

ところが現在は河内氏の証明が不完全であることを本人が認め、ポアンカレ予想に限定した草稿を公表しているという状況です。河内氏の HP をご覧ください。