これまでの研究成果

応募者氏名. 中島 秀斗

応募者の研究成果について述べる．論文番号は添付の論文リストのものと対応している．

(1) **等質開凸錐の代数的研究．** 等質開凸錐は，等質凸領域において重要なクラスをなす等質 Siegel 領域の構成要素の一つであり，正定値対称行列のなす開凸錐を等質性に着目して一般化したものである．等質開凸錐に付随する基本相対不変式は，対称行列の首座小行列式系を一般化する既約多項式の系であり，等質開凸錐をそれらの正値領域として記述する (Ishi, 2001) など，等質開凸錐の研究において基本的な役割を果たす．論文 [8] において，一般の等質開凸錐の基本相対不変式を一斉に表示する，明示的で閉じた公式を与えた．それまでは Ishi (2001) による，Vinberg 多項式系から既約成分を順次帰納的に取り出すことにより得られるという結果のみであった．ここで Vinberg 多項式系とは，Vinberg (1963) により導入された，等質開凸錐をそれらの正値領域として記述する多項式の系であり，一般には既約とは限らない．またその応用として，論文 [4, 6] において，既約な等質開凸錐が対称錐であるための必要十分条件を，次の 3 通りの方法で与えた．

1. 基本相対不変式に付随する指標が A 型の Cartan 行列と対応すること，
2. 等質開凸錐上の管状領域上において，基本相対不変式がある種の正値性を満たすこと，
3. 相対不変多項式を Laplace 変換した際，ある種の多項式性を持つものが存在すること．

特に 3 つ目は領域の対称性と相対不変関数の多項式性が結びついており興味深い結果である．

(2) **等質開凸錐に付随するゼータ関数に関する研究．** 等質開凸錐から，自然に概均質ベクトル空間の構造が導かれ，したがってそれに付随する概均質ゼータ関数が考えられる．論文 [3] において，そのゼータ関数を定義する際に必要となる等質開凸錐の $\mathbb{Q}$-構造を詳しく調べ，$\mathbb{Q}$-構造を持つための条件をウェイト空間に関する条件として与え，さらにいかなる $\mathbb{Q}$-構造も許容しない等質開凸錐の例も与えた．そして，Satake–Faraut (1984) において対称錐に付随するゼータ関数に対してなされた計算を，等質開凸錐の言葉で捉え直すことによって，より見通しよく計算できるように改良し，そのゼータ関数の関数等式を，等質開凸錐の構造情報を用いた形で明示的に書き下した．また，ゼータ関数の極の情報を持つ，等質開凸錐に付随する多変数 b-関数も明示的に計算している．非簡約な概均質ベクトル空間において，付随するゼータ関数の関数等式を系統的に決定した例はこれまで存在せず，意義深い結果である．また，この関数等式の係数として現れる行列は，適切な共役を取ることにより変数毎の行列の積として分解され，ある条件を満たすときには完備化されることを発見しており，論文 [10] として投稿中である．

(3) **等質開凸錐に関連するランダム行列に関する研究．** ランダム行列理論の嚆矢にある Wishart 行列は正定値対称行列上のランダム行列であり，等質開凸錐は正定値対称行列のなす開凸錐を一般化したものであるので，Wishart 行列の理論を等質開凸錐上のものへと一般化できることが期待される．その第一歩として Piotr Graczyk 氏（Angers 大学 (仏)・教授）との共同研究 (論文 [1]) において，等質開凸錐の重要な例である一般化 Vinberg 錐に対して，Wishart 型ランダム行列を適切に定義し，その固有値分布関数を，Lambert 関数を一般化した Lambert-Tsallis 関数を用いて具体的に与えた．また，この Lambert-Tsallis 関数の解析的性質についても詳細に考察し，論文 [11] として投稿中である．本研究はグラフィカルモデルに対応する行列空間の固有値分布問題とも関連しており，応用上重要である．

(4) **等質開凸錐上の不変微分作用素環に関する研究．** 等質開凸錐を可解 Lie 群が作用する等質空間とみなした場合における，不変微分作用素環の生成元およびその間の積に関する関係式を求めた (論文 [2])．特に Euler 作用素が常に不変微分作用素環の中心に属すること，およびある非対称な等質開凸錐の系列において，Capelli 型恒等式が成立することを明らかにした．