# 研究成果のまとめ

応募者はこれまで, 双曲型及び分散型方程式に分類される広義の波動現象を記述する非線形偏微分方程式に関する研究を行ってきた. 特に小さい初期値に対して短距離型と長距離型の境界となる臨界的な非線形項をもつ波動方程式やシュレディンガー方程式を主な研究対象とし, 解の漸近挙動やエネルギー減衰・非減衰等に関して以下の成果を挙げている. なお, 以下の [ ] は論文リストで挙げた論文の番号である.

**(1) Agemi 型条件下での半線形波動方程式**

双曲型方程式には平滑化効果がないため, 非線形双曲型方程式の初期値問題を考える際, 初期値が小さく, 滑らかで, 空間遠方で十分速く減衰している場合でも, 一般には有限時刻で解に特異性が生じる. そのため, 非線形項が解の特異性の発生や, 長時間挙動にどのように影響するかが興味の対象となる.

1986 年に Klainerman と Christodoulou によって導入された**零条件 (null condition)** は, 空間 3 次元における準線形波動方程式の小振幅解の時間大域的存在と漸近自由性を保証する非線形項の条件であり, 非線形双曲型方程式における最重要概念の 1 つである. 2000 年代以降, Lindblad, Rodnianski, Alinhac, Agemi, Katayama 等により零条件よりも弱い構造条件の研究が進められている. 応募者が研究対象としてきた **Agemi 型構造条件**はその 1 つで, 零条件と消散構造を統合するような構造条件である.

論文 [1], [3], [6] で, 応募者は上述の Agemi 型構造条件のうちその消散構造が部分的に退化している状況に注目し, Kubo(2007), Hoshiga(2008), Katayama-Matsumura-Sunagawa(2015) 等の結果の拡張となる以下の 2 つの成果を挙げた. (i) 単独半線形波動方程式について零条件を仮定しない場合には解のエネルギーが時間減衰することを示し, その減衰レートの上からの評価を与えた ([3]). (ii) Agemi 型構造条件を満たす半線形波動方程式の 2 成分連立系で時間無限大で解にこれまでに知られていなかった非自明な非線形効果が生じる例を構成した. この例では, 単独の場合とは対照的に, 成分ごとの初期値にある種の大小関係がある場合には解の各成分が共に非自明な自由解に漸近し, 特に系の全エネルギーは減衰しないことを示した ([1], [6]).

**(2) 弱い消散構造を伴う非線形シュレディンガー方程式**

シュレディンガー方程式において Agemi 型構造条件に対応する条件が Li-Sunagawa (2016), Sagawa-Sunagawa (2016), Sakoda-Sunagawa (2020), Katayama-Sakoda (2021) 等により指摘されている.

応募者は Li 氏, 佐川氏, 砂川氏との共著論文 [2], [4], [5] でこれと関連した次の結果を得た. (iii) 弱い消散構造の下で微分型非線形シュレディンガー方程式の解の $L^2$ ノルムが時間減衰することを示した ([5]). (iv) 弱い消散構造を伴う非線形シュレディンガー方程式の 2 成分連立系で, 解が時間無限大で自由解に漸近するが, 非線形項が短距離型の場合には起こりえない散乱状態への制限が生じる例を構成した ([2], [4]).