今後の研究計画

代数幾何学的な観点からの研究をつづける．具体的には，望月拓郎氏による壁越え公式，箙(えびら)多様体，重み付き射影空間について研究し，可積分系への応用を図る．

射影平面 P^2 上の枠付き連接層のモジュライ $M(r,n)$は，ジョルダン型箙多様体として構成される．このモジュライ上の積分から定まる母関数

$$Z=\sum_{n=0}^{\infty} q^n \int_{M(r,n)} \varphi$$

をネクラソフ分配関数という．

ここで積分はトーラス作用の固定点の数え上げにより定義される．このトーラス固定点の記述は箙多様体を定める安定性条件により異なるものが得られる．このことを利用して中島-吉岡は望月拓郎氏の壁越え公式により爆発公式を導出した．同じ方法により申請者もいくつかの函数等式をえた．これらの拡張を基軸として以下の研究計画を考える．

計画 A（箙表現のモジュライ）： これまでに培った計算技術をもとにして，特殊な箙表現の壁越え現象に対して得られる公式をまとめる．このような壁越え現象の例として，爆発公式，箙多様体，ロウモン空間，旗多様体などの積分についての組み合わせ論的な記述が得られる．さらに，箙(えびら)表現の枠付きモジュライと量子群との関連について寺嶋郁二氏と共同で行なっている研究を進展させる．

計画 B（ゲージ理論）： 中島-吉岡 [NY]は射影平面 P^2 とその１点爆発，つまり(-1)曲線とを比較することにより，爆発公式と呼ばれる公式を導出した．この公式を用い，ウィッテンの予想したドナルドソン不変量とサイバーグ-ウィッテン不変量との関係式を代数曲面の場合に導出した．

本研究では,すべての自然数 n に対して $(-n)$曲線と射影平面 P^2 とを比較し，爆発公式の拡張となる $(-n)$爆発公式の証明を試みる．上記ウィッテンの予想は，階数２のドナルドソン不変量についてのものだが，最近では高階数のベクトル束から定義されるドナルドソン不変量が研究されているため，そこでの応用を考える．

計画 C（可積分系）： バーシュタイン-シーチキンは表現論的な方法により(-2)爆発公式を示し，応用としてパンルヴェ τ 関数をネクラソフ分配関数の無限和として構成した．本研究では，モジュライの幾何学的な

研究により，この構成に別証明を与えることを目指す.

さらに，モジュライ上の積分にK理論を導入し，これまで申請者が示した函数等式をK理論版に拡張する．これによりバーシュタイン-シーチキン[BS]が提案したIII(D8)型，さらに神保-名古屋-坂井[JNS]が提案したVI型の離散パンルヴェτ関数についての予想に取り組む．また，手鋸箙多様体や大域ロウモン空間の積分計算により白石氏の提案した非定常型ライスナー関数について調べる.

計画D（導来代数幾何学）：　グラスマン多様体上の積分計算を基にして，望月拓郎氏の壁越え公式の導来代数幾何学的な定式化をおこなう．これにより楕円コホモロジーを用いた積分計算の可能性について模索する．将来的には，マクドナルド多項式などの研究にも応用されることを期待している.

参考文献

[BS]M. A. Bershtein and A. I. Shchechkin, q-deformed Painleve τ functions and q-deformed conformal blocks, J. Phys. A: Math. Theor 50 (2017) 085202, 22p

[JNS]M. Jimbo and H. Nagoya and H. Sakai, CFT approach to the q-Painleve VI equation. J . Integrable Syst. 2 (2017), no. 1, xyx009, 27 p

[NY]H. Nakajima and K. Yoshioka, Instanton counting on blowup. I. 4-dimensional pure gauge theory, Invent. Math. 162 (2005), no. 2, 313-355