今後の研究計画 (以下論文の文献番号は論文リストの番号と同一)

移流拡散方程式は質量保存則とエントロピー汎函数の消散性を擁する. 特に, 空間二次元かつ主要項が熱方程式となる半線形移流拡散方程式の初期値問題の場合は, 質量保存則と方程式が持つスケール不変性が釣り合う臨界構造を擁することが知られている. そのため, 解の挙動を分類する閾値 (8π) が知られており, 初期値の全空間上の積分値によって解の挙動が分類される. しかし, 高次元である空間三次元以上の場合は, 方程式を不変とする尺度変換を考えることで, 臨界の場合より扱いが困難な優臨界であることが示唆される. そのため, 問題の解の挙動を分類する閾値の同定が困難である.

本研究の目的は, 以下の 2 点である:

(1) 高次元における移流拡散方程式の初期値問題の解の挙動を分類する閾値の同定.

閾値の同定のためには, 問題の解を適切な函数空間における有界な函数列と見立て, そのコンパクト性を検証することが必要である. ここでは, 論文 [6] で得られた函数列の形状分解定理を適用する. これにより, 平行移動や尺度変換といった函数列のコンパクト性を欠損させる要素を取り出すことができ, そういった要素を函数列に繰り込むことによって, 強収束極限である形状を取り出すことが可能となる.

(2) 閾値を境とした解の局所正則性の研究.

移流拡散方程式の解の局所正則性は, 問題の解の空間局所的な積分量が解に与える影響を定量的に量ることができるため, 問題の時間大域解の正則性あるいは有限時間で爆発する解の挙動双方に関わる重要な性質である. 移流拡散方程式では非線形項に非局所的な作用が現れるため, 問題の解の空間局所的な振る舞いの研究が困難である. この困難点に対して, 論文 [2], [7], [8] において, 函数の空間局所的な性質を調べるため用いた一様局所可積分空間における初期値問題の適切性を示した. これらの研究において導出した評価を精密化することで, 問題の解の局所正則性を研究する.