これまでの研究成果のまとめ

須山 雄介

私の主な研究成果は下記の通りである．

(1) Quasitoric manifold でない非特異完備トーリック多様体の例

複素 n 次元の非特異で完備なトーリック多様体 X に対し，代数的トーラス $(\mathbb{C}^*)^n$ の作用をコンパクトトーラス $(S^1)^n \subset (\mathbb{C}^*)^n$ の作用に制限すると，一般に軌道空間 $X/(S^1)^n$ は角付き多様体になり，すべての面は可縮で，それらの空でない任意の共通部分は連結となる．トーリック多様体 X が射影的または $n \leq 3$ ならば，軌道空間 $X/(S^1)^n$ は更に単純な凸多面体と角付き多様体として同相になる．私は各 $n \geq 4$ に対し，複素 n 次元の非特異で完備なトーリック多様体 X であって，軌道空間 $X/(S^1)^n$ がいかなる単純な凸多面体とも角付き多様体として同相にならないものを構成した．これは，quasitoric manifold でない非特異完備トーリック多様体の初めての例を与える．

(2) Building set に伴うトーリック Fano 多様体

Building set とは，有限集合の部分集合族で一定の条件を満たすものであり，building set から非特異射影的トーリック多様体を構成することができる．そのようなトーリック多様体は，射影空間における hyperplane arrangement の補空間の smooth completion として，De Concini–Procesi により初めて調べられ，現在 wonderful model とよばれているものであり，building set は当初は subspace arrangement で一定の条件を満たすものとして定義されたものである．Building set に伴うトーリック多様体のクラスは，射影空間および有限単純グラフの graph associahedron に伴うトーリック多様体を含んでいる．私は，building set に伴うトーリック多様体が Fano または弱 Fano になるための必要十分条件を，それぞれもとの building set の言葉で表した．

(3) Fano generalized Bott manifolds

Generalized Bott manifold とは，1 点から始めていくつかの直線束の直和の射影化をとるという操作を繰り返して得られる非特異射影多様体である．任意の generalized Bott manifold はトーリック多様体の構造をもち，整数の集まりで定まる．私は generalized Bott manifold が Fano または弱 Fano になるための必要十分条件をそれぞれ求めた．また，これを用いて Fano Bott manifold の特徴づけも求めた．

(4) 第 2 Chern 指標が正のトーリック Fano 多様体

（佐野友二氏，佐藤拓氏との共同研究）$\mathbb{Q}$-分解的でたかだか末端特異点のみをもつピカール数 2 のトーリック Fano 多様体であって，トーラス不変因子の 2 乗和が正であるようなものの初めての例を構成した．また，次元が 8 以下の非特異トーリック Fano 多様体で第 2 Chern 指標が正のものが射影空間に限ることをコンピューターで確認した．