

今後の研究計画

今後については主に野性的マッカイ対応を用いた商特異点の解析を進めていきたいと考えている。これを実行するにあたってまず課題となるのが野性的マッカイ対応の計算方法がまだ確立されていないことが上げられる。野性的マッカイ対応は弦モチーフとあるモジュライ空間上のモチーフ積分が結び付けられる等式であるが、その両方の計算が難しいということが問題点としてあげられる。そこで特に線形作用の場合についてモチーフ積分の計算方法を確立していきたいと考えている。それができれば野性的マッカイ対応を通して弦モチーフを知ることができ、弦モチーフの持つ多くの情報を扱うことができるようになることが望まれる。またモチーフ積分の際に必要な v 関数は局所体のエタール拡大から有理数への関数であるが、その ramification filtration のみからは決まらないなど計算が難しい関数である。一方で標数 0 においては Artin 導手と一致することから、 v 関数の計算方法がわかることは表現論や数論的にも意義のあることである。 v 関数の値域が分かればそれぞれの値を取る部分にモジュライ空間を分解することによりモチーフ積分が計算できるなどモチーフ積分を計算する上でも重要な問題である。

弦モチーフからわかる商特異点の情報の一つとして特異点のクラスが上げられる。正標数における商特異点については様々な病的な例が知られており標数 0 のときよりも悪い商特異点が出てくる例があることも良く知られている。このような悪い特異点がいつ出てくるかということも調べていきたいと考えている。特異点のクラスは極小モデル理論で使われる基本的な概念なのでこれを知ることは意義のあることである。またクレパント特異点解消がいつ存在するかという問題は標数 0 についても未解決の問題であり特異点のクラスを考えることを通して正標数におけるこの問題についても考えていきたい。またクレパント特異点解消を持つ場合にはクレパント特異点解消で得られる多様体のグロタンディーク環におけるクラスは弦モチーフと一致することが知られており、よってそのオイラー標数が弦モチーフから計算できる。これを用いて標数 0 における Batyrev の定理の正標数への一般化がどのように言えるかを調べることもしたい。

また標数 0 における Batyrev の結果の証明の一つとして Bridgeland-King-Reid による導来マッカイ対応を用いた証明が知られているがこれの正標数への一般化も試みたい。標数 0 においては多様体の導来圏の任意の元は有限のホモロジー次元をもつが、正標数においては無限のホモロジー次元を持つような元が存在する。この事実によりこれまで正標数への一般化の研究はあまり進められていない。私はこの問題を正標数において特定の群スキームの作用を考える場合には回避できると考えている。Bridgeland-King-Reid においては群スキームの作用までは考えておらず、その意味でも可能性を広げられるものと考えている。