研究計画

吉岡礼治

昨年度まで行ってきたテンソル模型および 2d/4d(5d,6d) 対応の研究を推し進める。

• テンソル模型

行列模型の自然な拡張として、テンソル模型が現れる。テンソル模型は低次元 AdS/CFT 対応との関連からも近年注目を浴びており、研究の進展が望まれる。これまで Op/FD/dessin 対応及び一般化 cut を用いて、テンソル模型の非自明なゲージ不変演算子の集合について研究してきた。dessin は 2 次元曲面上に埋め込まれたある種のグラフであるが、曲面の三角形分割の対応しており、幾何的意味を持つ。一方、cut 演算は一つの演算子から他の演算子を生成するが、同時に join 演算と合わせて Virasoro 拘束式の基本的な構成要素でもある。「研究成果」にも記載したように、Op/dessin 対応により cut & join 演算の dessin に対する作用も明らかになり、その 2 次元幾何的な意味も判明した。この成果をテンソル模型における Virasoro 拘束式の導出に向けて活用し、その性質の更なる解明を試みたい。

一方、dessin との対応はランク 3 のテンソル模型に限られているので、一般のランクに対する拡張の可能性を探る。またテンソル模型を超えた場の理論に対する Op/FD(/dessin) 対応の適用も視野に入れ、さらなる研究の進展を目指したい。

• 2d/5d(6d) 対応、楕円 DIM 代数

2 次元共形場理論と 4 次元超対称ゲージ理論の間に成り立つとされる 2d/4d 対応 (AGT 対応) の拡張版である 2d/5d(6d) 対応とその周辺についての研究を行う。2d/5d 対応は 2d/4d 対応の q 変形によって、2d/6d 対応は楕円化によって 2d/5d 対応から得られる。もちろん、楕円パラメータ $p \to 0$ の極限で 2d/5d 対応に、変形パラメータ $q \to 1$ とする極限において 2d/4d 対応が再現される。

2d/5d 対応の 2d 側で現れる q-Virasoro/W_N 代数は、Ding-Iohara-Miki(DIM) 代数のレベル N 表現において現れることが知られていることから、この対応関係の背後で DIM 代数が大きな役割を果たしていると考えられる。また DIM 代数の楕円化の処方箋も知られており、これを用いれば 2d/6d 対応へ拡張させることができる。（楕円）DIM 代数の役割を明らかにし、2d/6d 対応の理解を更に深め、確立させたい。これにより、2d/4d(5d) 対応は、2d/6d 対応の特別な極限として統一的に理解できると期待される。さらに、これまでの研究で確立させた 1 の冪婚極限も含めて、全体像を明らかにしたい。

一方、楕円 DIM 代数自身も大変興味深い。(楕円)DIM 代数は、(楕円)Macdonald 作用素をもたらす。この (楕円)Macdonald 作用素の $q \to 1$ 極限が (楕円)Calogero-Sutherland 模型である。「研究成果」で述べたように、q-Virasoro 代数の 1 の冪婚極限において、フェルミオンが新たに現れ、超対称 Virasoro 代数への拡張が見られた。したがって、楕円 DIM 代数の 1 の冪婚極限を考えることにより、より多様な自由度が出現し、さまざまな多体模型を統一的に理解する助けになると期待される。

また、Langmann によると、楕円 Calogero-Sutherland 模型において、楕円パラメータは温度パラメータと関係づけられる。ゆえに、楕円化とは、理論に温度を導入し、有限温度の理論を考えることに等価である可能性がある。これは、有限温度の 2d/5d 対応として、2d/6d 対応を意味付けできることを示唆している。