研究成果

吉岡礼治

• テンソル模型

テンソル模型は長方行列模型の高いランクへの一般化として定義でき、近年、低次元 AdS/CFT 対応や量子重力との関連から注目を浴びている。しかし通常の行列模型と異なり、模型に含まれるゲージ不変演算子が非自明な構造を持ち、行列模型において用いられる Virasoro 拘束式などの通常の手法がそのままでは適用できない。

上記の理由により、テンソル模型の研究の進展には演算子の集合のより深い理解が求められる。そこで Virasoro 拘束式を構成する基本演算の一つ、cut 演算に着目した。cut 演算は分配関数の変数変換に対する積分測度の変分に対応する。この cut 演算は積分測度の変分の高次の寄与まで含んだ「一般化 cut 演算」に拡張でき、変換関数を一つ選択することで、様々な演算子の生成に利用できることを見出した。さらに全ての演算子を生成するための適切な変換関数について一つの予想に到達し、ランク 3 模型の場合、少なくとも調べた範囲内で、この予想が成立していることを確かめた。

一方、テンソル模型の研究の進展として、異なるランクのテンソル模型間に次の Op/FD 対応が成り立つことを実証した。

$$\text{Operator (ランク } r) \quad \Longleftrightarrow \quad \text{Feynman Diagram （ランク } r-1)$$

この対応により、テンソル模型の全ての演算子が、1 つだけランクの低い模型の Feynman 図でラベル付けされることが判明した。さらにランク 3 の場合、この対応関係は dessin (d'enfant) と呼ばれるグラフとの 1 対 1 対応を含んだ Op/FD/dessin 対応となることも示した。ここで、dessin とは、2 次元曲面上に埋め込まれた、2 色の頂点とそれらを繋ぐ辺からなるグラフである。この対応を用いて、ランク 3 のテンソル模型のレベル 5 までの全て operator を、FD や dessin の性質、例えば頂点の数などにより分類した。また cut & join 演算など operator 上に作用する演算を、dessin の言葉で表し、図形的な操作としての解釈を確立した。

• 2d/4d(5d) 対応

2d/4d 対応では、2 次元共形場理論の共形ブロックと 4 次元超対称ゲージ理論のインスタントン分配関数が等価であると主張される。また、その拡張として q 変形された W_n 代数に基づく共形場理論と 5 次元の超対称ゲージ理論との同様な対応も提案された。この 2d-5d 対応を出発点とし、q、t の 1 の冪根極限について考察した。q-Virasoro 代数の生成子は q 変形ボゾンを導入することによって、自由場表示で記述できる。この代数の極限 $q \to -1,\, t \to -1$ において超対称 Virasoro 代数の生成子が現れることを示した。また、超対称 Virasoro 代数を記述し、共形ブロックを構成するのに必要な自由ボゾン、自由フェルミオンが 1 つの q-ボゾンからその極限で自然に得られることを見出した。5d 側では、5 次元超対称ゲージ理論のインスタントン分配関数の表式は知られているので、2d 側と同じ極限を取り、その一般形を得た。

上を一般化させ、1 の r 次冪根極限における q-W_n 代数から、$\mathbf{Z}_r$-パラフェルミオンが出現することを実証した。得られる共形場理論は $\frac{\widehat{sl}(n)_r \oplus \widehat{sl}(n)_p}{\widehat{sl}(n)_{r+p}}$ 対称性を持つコセット CFT となり、実際、共形変換の母関数に対応するエネルギー運動量演算子のセントラルチャージが正しく得られることを示した。また、ここで新たに現れるパラメータ p は、対応するゲージ理論の Ω 背景と関係しており、両者の関係を明らかにすることに成功した。

また、別の 1 の冪根極限 $(q \to 1, t \to -1)$ についても考察した。面演算子が存在する場合のゲージ理論のインスタントン分配関数とある種の変形を加えた $\mathfrak{sl}(2)$ ブロックとの間には対応関係があるとされている。上の極限において q 変形ボゾンから得られる自由場を用いて、$\mathfrak{sl}(2)$ 代数の自由場表現を明示的に与え、変形された共形ブロックに対する積分表示を導出した。