

(2) これまでの研究の成果及び今後の研究計画 (赤池広都)

1. これまでの研究の成果

(1) 背景

複素射影曲面 S から複素射影曲線 B への全射正則写像 $f: S \rightarrow B$ を、ファイバー曲面とよぶ。応募者は、一般型代数曲線をファイバーとするファイバー曲面に興味を持って研究してきた。以下では、ファイバー曲面の一般ファイバーは、一般型曲線と仮定する。ファイバー曲面には、**相対標準束の次数 K_f^2 や相対オイラー数 χ_f といった重要な相対数値不変量が定まる。**ファイバー曲面は多種多様で、幾何学的性質を統一的に理解することはできない。そこで、**ファイバー曲面の地誌学的研究**が基本的な研究指針の一つとなる。ファイバー曲面の地誌学的研究では、**ファイバー曲面の幾何学的性質と相対数値不変量の間**の不等式の関連性を研究する。例えば、特定の幾何学的性質を持つファイバー曲面に対して、 f のスロープ K_f^2/χ_f の下限を決定することは、地誌学的研究において基本的な問題である。応募者は、あるファイバー曲面上の巡回被覆構造を持つファイバー曲面 (巡回被覆ファイバー曲面と呼ばれる) を地誌学的な観点から研究し、三篇の論文を執筆した。

(A1) Slope inequalities for irregular cyclic covering fibrations.

(A2) Bounds for the order of automorphism groups of cyclic covering fibrations of a ruled surface.

(A3) Bounds for the order of automorphism groups of cyclic covering fibrations of an elliptic surface.

(2) 論文の概要

(A1) の概要を説明する。ファイバー曲面には**相対不正則数**という未だ謎が多い相対数値不変量がある。特に、相対不正則数がスロープ K_f^2/χ_f の下限に与える影響については、盛んに研究されている。(A1) では、巡回被覆ファイバー曲面に関してスロープの下限を相対不正則数が含まれた式で下から評価した。更に、いくつかの仮定の元でその評価は最良であることを示した。

(A2) 及び (A3) の概要を説明する。ファイバー曲面の幾何学的性質と自己同型群の位数上限の関係は、素朴かつ興味深い問題である。より具体的には、幾何学的性質から定まる定数と相対数値不変量のなす式により、自己同型群の位数を上から評価できるかという問題である。本研究は巡回被覆ファイバー曲面のスロープ下限の導出で用いられた**相対数値不変量の局在化手法**を軸にしており、**地誌学的研究の応用に位置する**と言える。(A2) は、超楕円曲線束の一般化である線織面上巡回被覆ファイバー曲面に関して、自己同型群の位数を被覆次数が含まれた式により上から評価した。一般ファイバーの種数、底曲線の種数、被覆次数、そして相対標準束の自己交点数を含む式により、上から評価されている。(A3) は、双楕円曲線束の一般化である楕円曲面上巡回被覆ファイバー曲面に関して、評価を与えた。双楕円曲線束とは、楕円曲面上の二重被覆構造を持つファイバー曲面である。(A2) と (A3) の大きく異なる点は、自己同型群の特異ファイバーへの作用の解析である。楕円曲面は線織面と異なり特異ファイバーを持つため、**楕円曲面上巡回被覆ファイバー曲面の特異ファイバーは極めて複雑になる**。従って、自己同型群の特異ファイバーへの作用の解析がとても難しくなる。応募者は、楕円曲面の有理型群構造を利用して作用を解析した。