これまでの研究成果のまとめ

藤原英徳、

私は1970年代初頭に東大理学部修士課程で数学の勉強を始めました。2度目のフランス滞在から帰国されたばかりの斎藤正彦先生の指導の下、可解リー群のユニタリ表現と調和解析の勉強を始めました。当時この分野では Kirillov 氏の軌道の方法の発表を受けて世界的に活発な研究が行われていました。特に、Dixmier, Duflo, Vergne を中心に若い人達が活発に活動していたパリ大学が世界の研究センターの一つでした。私もフランス政府給費留学生としてパリ第7大学で、またその後フランス国立科学研究所で、Duflo 教授の下可解リー群のユニタリ表現に対する軌道の方法を研究してきました。

半単純リー群と異なり、可解リー群は代数的構造に乏しく、ルート系や極大コンパクト部分群のような道具がありません。そこでどうしても途中の見えない帰納法に頼らざるを得ないところがあります。それでも美しい結果が得られることもあります。その際の有効な手法がリー群のユニタリ双対を余随伴軌道の空間で実現するという軌道の方法です。

G をリー環 $\mathfrak{g}$ をもつ指数型可解リー群とする。つまり指数写像が $\mathfrak{g}$ から G への微分同相写像となるような連結かつ単連結な可解リー群とする。このとき、私の研究成果としては以下のようなものです。

1． τ を G の単項表現とする。つまりある連結閉部分群 H の1次元ユニタリ指標から誘導されたものとする。このとき τ の既約分解を軌道の方法により与えた。
2． πを G の既約ユニタリ表現、K を G の連結閉部分群とする。このときπ の K への制限の既約分解を軌道の方法により与えた。

G を連結かつ単連結な冪零リー群、τ を G の単項表現とする。この時 Corwin-Greenleaf は次の2つの予想を提示した。

可換性予想：τ の既約分解が有限重複度をもつことと τ に伴う直線束上の G-不変微分作用素環 D(G/H) が可換であることは同値である。

多項式予想：τ が有限重複度をもつとき、D(G/H) は多項式環である。

3． これら2つの予想および表現の部分群への制限に関する同様の予想を解決した。