これまでの研究成果のまとめ

源嶋 孝太

私は主に数論に興味を持っており、新谷関数と呼ばれる特殊関数の明示公式やその保型 L-関数への応用に関する研究に取り組んできた。

(1) $(GL_2, GL_1 \times GL_1)$ **に関する複素 Shintani 関数の研究**

自明な極小 $U(2)$-タイプをもつ $GL_2(\mathbb{C})$ の主系列表現に関する Shintani 関数の明示公式は Hirano により知られていたが、一般には不明である。私は、Zuckerman テンソルを用いて、Hirano の明示公式から非自明な極小 $U(2)$-タイプをもつ主系列表現に関する Shintani 関数を構成する帰納的公式を導いた。その副産物として、Heun の微分方程式の中に、Gauss の超幾何関数の多項式係数の線形結合として表される解を持つものが存在することがわかった。Heun の微分方程式はアクセサリパラメータをもつため、一般には解の解析が困難である。

(2) $(GSp_4, GSpin_4)$ **に関する不分岐 Shintani 関数の研究。**

私は、SO_n 上の Shintani 関数に対する Kato–Murase–Sugano の手法を踏襲し、一般標数を持つ非アルキメデス的局所体上の GSp_4 の不分岐 Shintani 関数の明示公式を確立した。本研究の特色は、証明の急所である Shintani 汎関数の有理型接続の証明において、容易に示される Bernstein の有理性定理を用いて議論を大幅に簡略化した点である。この手法は一般の代数群に対しても適用可能である。また、私は GSp_4 に対する Murase–Sugano 型局所積分を定式化し、得られた明示公式を用いてその局所積分を計算することで、それが GSp_4 のスピン L-因子であることを示した。

(3) $(GSp_4, GSpin_4)$ **に関する Murase–Sugano 型大域積分の研究。**

私は、代数群の組 $(GSpin_6, GSpin_5 = GSp_4, GSpin_4)$ に対して Murase–Sugano 型大域積分を定義し、**基本等式**をみたすことを証明した。

(4) $(GSp_4, GSpin_4)$ **に関する実 Shintani 関数の研究。**

私は、$GSp_4(\mathbb{R})$ の正則離散系列表現に関する Shintani 関数を一般化超幾何関数 ${}_3F_2$ を用いて構成し、Shintani 関数の明示公式を求めた。また、得られた明示公式を用いて $GSp_4(\mathbb{R})$ に対する Murase–Sugano 型局所積分を計算し、それが $GSp_4(\mathbb{R})$ の正則離散系列表現に関するスピン L-因子であることを示した。

(5) テンソル積 L-関数, および三重積 L-関数の特殊値の研究。

私は、概正則モジュラー形式の正則射影の Fourier 係数を書き下すことで、楕円カスプ形式に関するテンソル積 L-関数の臨界値の明示公式を示した。具体的にはテンソル積 L-関数の臨界値をカスプ形式の空間の基底の Fourier 係数と Bernoulli 数の有限和として具体的に表した。さらに私はその証明の系として、テンソル積 L-関数の臨界値がカスプ形式を決定することを示した。また、私は東京工業大学の福永健吾氏との共同研究として、同様の手法を三重積 L-関数に適用し、その右端にある臨界点 (rightmost critical point) における特殊値の明示公式を示した。

(6) 新谷リフトに対するノルム公式の研究。

新谷リフトとは整数ウェイトのモジュラー形式から整数ウェイト、指数 1 のヤコビ形式への保型形式のリフティングである。そのようなリフティングの正則な核関数は Gross–Kohnen–Zagier により知られていたが、私は新谷リフトをテータリフトとして定式化し、その応用としてノルム公式を証明した。本研究は京都産業大学の村瀬篤氏との共同研究に基づく。