(2-2) 今後の研究計画　　　(応募者名：濱中翔太)

応募者は、計量などの構造を込めた多様体の形及び計量全体の空間の中の特別なクラスの計量の成す部分空間（例えば、正スカラー曲率計量の成す空間）のトポロジーなどに興味がある。最近は主に、多様体上のリーマン計量から定まるスカラー曲率とその多様体のトポロジーの関係に注目している。また、研究手法としては主に幾何解析的なものを考えており、その中でも特にリッチフローと呼ばれる幾何学的流に興味があり、それ自体についても研究している。応募者の研究の主な方向は次の二つである。**(a)**「4 次元以上の閉多様体上のリッチフロー（以下単に、閉 RF）の有限時間で生じる特異点（リーマン曲率テンソルの自然なノルムがその時間で発散する点）の解析（つまり、リッチフロー自体の研究)」と **(b)**「あるクラスの計量の成す空間の性質をリッチフローなどの幾何学的流を応用して調べること」である。以下、それぞれのテーマに関してより具体的な今後の研究内容を挙げる。

(a)-1 [2] をさらに進めて、L^2-エネルギーが $[0,T)$ で有界な閉 RF の $t\to T$ での挙動を調べる。具体的には、$t\to T$ で Gromov-Hausdorff 位相或いは、最近 Bamler によって構築された Metric flow [1] の意味でどのような空間に収束するかを調べる。また、現れた極限空間の特異点集合のトポロジー、次元の評価及び、その特異時間 T を越えて RF としての（弱い意味も含めた）拡張可能性を調べる。

(a)-2 [3] で応募者は、$M\times[0,T)$ $(T<\infty)$ 上でスカラー曲率が一様有界な閉 RF の、あるタイプの特異点の形がある程度制限されることを示した。今後はそのような特異点を持つ具体例の構成と並行して、その $t\to T$ での特異点の性質をより詳しく調べる。このことはまず 4 次元について明らかにする。

(a)-3 最近様々な文脈で調べられている「重み付きの測度、曲率」がある。応募者も [4] で、重み付きのリーマン測度で測ったスカラー曲率の下界の保存性を示してる。この結果は、計量と重み関数をリッチフロー及び熱流で流した時の、ある量の短時間での挙動を解析することから得られた。一方で、ある良い性質を満たす計量と重み関数がこのようなフローの組で流した時に長時間的にどのように振る舞うのかという方向の研究、及びその重み付き曲率の研究への応用も考えたい。

(b)-1 [4] で応募者は、M の次元が 3 以上の時、M 上の非負スカラー曲率計量の列がある計量に C^1 級で収束するとき、その全スカラー曲率の下界が保たれることを示した。g_i のスカラー曲率の各点の値に関する仮定（つまり、計量列の各スカラー曲率が非負）無しで成り立つかどうかを、反例を探りながら調べる。

(b)-2 [4] の中で示したことに関連して、閉多様体の「平行化可能性」と「計量テンソルが C^1 級位相に関して動くときのその全スカラー曲率の挙動」の関係を明らかにする。

(b)-3 [4] の中で構成した例に関連して、非コンパクトかつ完備な曲面上で主定理の主張が成り立たない例は作ることが出来るかを調べる。また、計量テンソルが C^2 級では収束しない点の集合の大きさ（例えば、ハウスドルフ次元）と全スカラー曲率の振る舞いの関係を調べたい。

(b)-4 [6] で、正スカラー曲率計量を許容する多様体のある剛性定理（単射半径やあるクラスの部分多様体の体積の下限など微分幾何的なものではなく、degree が非零で 1-リプシッツという位相的な特徴付け）が示されているが、これの全スカラー曲率版に対応するようなものを模索する。さらに、その弱い正則性しか持たない計量（C^2 級よりも弱い様々なクラスの計量に対するスカラー曲率の下界は既に様々な人々によって定義されている）に対する類似も成り立つかも考察したい。

(b)-5 [5] で応募者は、（ある仮定の下で、）固定された共形類の中で計量が C^0 収束するとき、その全スカラー曲率の上界は保たれることを、山辺フローと呼ばれる幾何学的流の安定性を用いて示した。一方、この山辺フローにも重み付きの概念が定義され既に研究されている。今後は、これなどを用いて、重み付きのスカラー曲率の重み付き積分の上界の、上記のような C^0 安定性についても調べたい。