2　今後の研究計画　　　　　　平出耕一

(和文)

これまこでの研究成果のまとめで述べた研究の継続を以下の様に計画している..

(定性的研究) Fatou は，リーマン球面上の正則写像の研究の中で，双曲性は正則写像全体の中で稠密な性質であることを予想した (1920)．この予想は，実 2 次多項式の場合正しいことが Granczyk-Swiatek，Lyubich により，さらに高次の実多項式の場合も正しいことが Kozlowski-Shen-van Strien により証明されているが，複素では未解決だった．本研究者は，Mane-Sad-Sullivan のアイデアを深めることにより，この予想は証明できたと考えている．数年前その証明は不完全であったが、現時点でほぼ完全なものなっていて，その論文を準備中である．論文完成まではそれほど時間を要しないだろう．この研究で得られたアイデアをもとに，複素力学系の研究を推し進める．また，微分可能力学系理論において，Smale 等が 1960 年代に提起した問題の殆どが未だに解決されていないのが現状であるが，それらを解決する突破口として，コンパクト距離空間上のフィンスラー計量をもつベクトル束上で，ベクトル束同型写像を考え，Oseledets の乗法エルゴード定理の幾何学的類似物である ” 乗法剛性定理 ” を確立することを計画している．現在膠着状態にある微分可能力学系理論や Pesin 理論の研究に，推進力を与えることを目論んでいる．

(定量的研究)　これまでの研究成果の定量的研究で述べた新たな方法を，様々な現象でみられる特異摂動問題に適用する．簡単のため例として、2 階非線形微分方程式

$$\varepsilon^2 \ \frac{d^2x}{dt^2} = x^2$$

において $\varepsilon \to 0$ について説明する．この問題は物理学者の Voros, Hakkim, Tobis また中村時弘により 2000 年前後に研究された．内部解を、微分の差分化によって得られる差分方程式の解に対応付ける．その差分方程式の解は、2 次元のシンプレクテック写像の力学系の安定（不安定）多様体を記述し、それらの曲線が交差することを示すことで、特異摂動問題として扱われる現象の内部解はカオス的であると結論付けろことが出来る．しかし、その解は整関数であるが，具体的に決定することは現在でも未解決であり、また安定（不安定）多様体の交差点は無限個存在し絡み合っているはずなのだが、それらの曲線の大域的な様子は未だに誰にも知られていない．差分方程式は単純であるが、左辺の線形部分をオペレーターと見たときの 2 次方程式の解は 1 の重根であり、parabolic case である．この事に乗り越えられない困難さがある．その困難を克服するため、双曲型なもので近似することを考える．最終的に $\varepsilon \to 0$ とすることで結果を導く．ε を繰り込んで変数 $\tilde{s}$ を導入し，さらに区分求積法により, 差分方程式の解 $x(t)$ について

$$x(t) + x(2t) + x(3t) + \cdots = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{c_n}{n} \frac{1}{\tilde{s}^n}$$

を導く．係数 c_n は高階差分ををすべて考えることにより決定する．これを $x(t)$ について解くため、prime zeta function の特殊値を利用し具体的な $1/\tilde{s}$ に関する整関数表示を求め、先に述べた resurgent analysis に関連する困難な問題を解決する．hyperbolic case の方法（すでに投稿中の論文）と上記の parabolic case に対する方法を，単振り子，2 重振り子，最近のダイナミカルトンネリングの問題などに適用し，計算機を利用する応用数学分野での定量的研究を松岡千博氏と共同で行う．