研究成果

大阪市立大学理学研究科数物系専攻
甲斐　大貴

　私の研究内容は、リーマン多様体上のジャンプを含む確率過程の確率解析である。研究の対象としたジャンプ拡散過程は、正規直交枠束上のMarcus型確率微分方程式の解を射影して得られる確率過程で、Applebaum(1995)がElles-Elworthy-Malliavinの手法を拡張して得たものである。これまで私が行なってきた研究で、リーマン多様体上のジャンプ拡散過程の長時間挙動を解明し、この確率過程に対するBismut型部分積分公式を導いた。部分積分公式を応用することで、ジャンプ拡散過程の密度関数の存在と滑らかさが示せることは良く知られている。従って、リーマン多様体上のジャンプ拡散過程の密度関数の存在と滑らかさを確認できることが期待できる。さらにTakeuchi (2010)のユークリッド空間上のジャンプ型確率微分方程式の解に対するBismut-Elworthy-Li型部分積分公式を応用することで、リーマン多様体上のジャンプ拡散過程に対するBismut-Elworthy-Li型部分積分公式を得た。この部分積分公式から、ジャンプ拡散過程が多様体の曲率からどの様な影響を受けるのかが分かる。この部分積分公式についての研究結果は、Kai-Takeuchi (2021)にて発表している。

　リーマン多様体上のジャンプ拡散過程の長時間挙動についての研究では、レヴィ測度と多様体の曲率に適切な仮定を置けばジャンプ拡散過程が既約性、過渡性、保存性を満たすことを示した。既約性の証明は、関数解析的な観点から行われており、より一般的な生成作用素に対応するMarkov過程の既約性の証明にも応用できることが期待できる。更に、Hessianの比較定理を用いることでリーマン多様体上のジャンプ拡散過程の動径方向の評価を得た。この評価から、断面曲率が負の定数で挟まれたアダマール多様体上のジャンプ拡散過程が過渡性と保存性を満たすことを示せる。Brown運動の動径方向は Bessel 過程と呼ばれ、その挙動については広く研究されてきたが、ジャンプを許した確率過程（ジャンプ拡散過程）の動径方向はあまり研究されてこなかった。特に確率微分方程式の観点から研究が行われておらず、本研究結果は多様体の曲率がジャンプを含む確率過程の挙動にどの様に影響を与えるかを把握する第一歩になると考えられる。本研究結果は現在発表予定（#)である。

H. Kai and A. Takeuchi.: Gradient formula for jump processes on manifolds, Electron. J. Probab. **26** (2021), no. 101, 1 –15.

H. Kai and A. Takeuchi.: Integration by parts formula on solutions to stochastic differential equations with jumps on Riemannian manifolds, J. Stoch. Anal. Vol 2 (2021)

(#)
H. Kai.: Long time behavior of jump-diffusion processes on manifolds, Osaka J. Math. accepted on December 19, 2022.