

最近の研究成果

金信 泰造

2023年1月3日

1 古典的結び目の局所変形

交差交換, $H(2)$ 移動, 整合的バンド手術といった古典的結び目, 絡み目の局所変形に関する研究が行なってきた. このような局所変形から, それぞれ結び目, 絡み目の間の距離を定義することができる. 例えば, 2つの向きの付いた絡み目の間の整合的バンド距離とは, 一方を他方に変形するのに必要となる整合的バンド手術の最小回数のことである. この値は DNA のトポロジーと関係する. すなわち, DNA に作用する酵素は, 交点を平滑化することで DNA に現れる結び目をほどくが, 結び目の局所変形の距離の決定により, DNA 酵素の作用の解析が可能となる場合がある.

行列式, 多項式不変量の特殊値といった不変量を用いて, これらの局所変形に関するいくつかの評価基準を与えた. それにより, いくつかの結び目, 絡み目の組みの局所変形距離を決定することが可能となった. 特に, 7交点までの結び目, 絡み目の間の $H(2)$ 距離, 整合的バンド手術距離の表を作成してきた.

昨年は4移動に関する研究を始めた. 4移動は4個の連続する交点を除く, または加える変形である. すべての結び目が4移動でほどけるか, という中西康剛の未解決問題がある. 滝岡英雄氏との共同研究で4移動距離に関する研究を中心に進めている.

2 2次元リボン結び目の数え上げと分類

2次元リボン結び目は4次元空間内の球面で, リボン特異点集合のみをもつ3次元球面のはめ込みである3次元リボン球体の境界となっている. リボン特異点の最小個数を2次元リボン結び目のリボン交点数という. 2次元リボン結び目は, ある数 r に対して, 自明な $r+1$ 成分の絡み目を r 本の1次元ハンドルをつないで構成される2次元結び目で, この r を2次元リボン結び目のフュージョン数という. また, 2次元リボン結び目は仮想弧により表示されるが, n 交点の仮想弧表示をもてばリボン交点数は高々 n である.

とくにフュージョン数1の2次元リボン結び目を分類するために, ねじれ Alexander 多項式を利用し, その性質を調べた. また, 4交点以下の仮想弧で表示された2次元リボン結び目の数え上げ, 分類した. 分類は2重分岐被覆空間, Alexander 多項式, 結び目群の $SL(2, \mathbb{F})$ (\mathbb{F} は有限体) 表現, ねじれ Alexander 多項式を利用した. さらに, リボン交点数が4以下の2次元リボン結び目を分類した. これらはフュージョン数が1, または, それらの合成である. 一方, フュージョン数が1の小さいリボン交点数の2次元リボン結び目を分類し, そのねじれ Alexander 多項式やフュージョン数1の表示の性質を調べた.

昨年は, 角俊雄氏との共同研究で同型な結び目群をもつフュージョン数が1の2次元リボン結び目の例を構成した.