

## これまでの研究成果のまとめ

片山 拓弥

私は幾何学的群論の研究を続けてきました。幾何学的群論とは、群に語距離と呼ばれる距離を導入し、幾何学的手法を用いて群の代数的性質や空間としての幾何学的性質を研究する分野です。私は特に right-angled Artin 群 (RAAG) と呼ばれる群から様々な群への単射準同型と、その応用について、位相幾何学やグラフ理論を使いながら考察しています。ここで RAAG は有限無向グラフの頂点を生成元とし、辺に対応する頂点の組の交換子を関係式とする群です。RAAG はグラフを用いて定義される群であることから、RAAG の代数的・幾何的性質とグラフ理論の関係が盛んに研究されています。

### (1) RAAG の埋め込みについて

私は 3次元球面内の結び目の補空間の基本群に埋め込まれる RAAG を決定しました [論文 1]。結び目の補空間は、JSJ 分解によって理解しやすい小さな 3次元多様体に分解されます。この JSJ 分解を用いて問題を小さく分割することにより、上記の結果を得ました。また、私は RAAG の間の単射準同型についても論じています。線形森の補グラフの RAAG から勝手な RAAG への単射準同型を、2つの RAAG の定義グラフの間のフルな単射準同型に還元しました [論文 2, 3]。この結果は Kim-Koberda の標準形の理論を用いて核の非自明元を明示的に構成するという手法により得られました。そしてこの結果を応用することで、道グラフの補グラフの RAAG から有向曲面の写像類群への単射準同型が存在するための必要十分条件を与えることができました [論文 4]。

### (2) 曲面の写像類群について

久野恵理香氏 (大阪大学) との共同研究において、私たちは (1) の結果を応用し、braid 群の有限指数部分群である pure braid 群から有向曲面の写像類群への単射準同型が存在するための必要十分条件を与えました [論文 7]。また、少数の例外を除き、向き付け不可能曲面の向き付け可能二重被覆は写像類群の間の単射準同型 (\*) を誘導することが知られています。一方、Koberda は RAAG から有向曲面の写像類群への単射準同型の構成法を与えています。上の (\*) と Koberda の結果を組み合わせることにより、私たちは RAAG から向き付け不可能曲面の写像類群への単射準同型の構成法を与えました [論文 6]。さらに準双曲的群の理論を使って、上記の (\*) が擬等長埋め込みであることを示しました [論文 5]。また [論文 5] では、曲面の包含写像が誘導する写像類群の間の単射準同型は擬等長埋め込みである、という Hamenstädt の定理を証明しています。Hamenstädt の定理は基本的な結果ですが、彼女の原論文が 10 年以上公刊されなかったため、私が別証明を与えるに至りました。