これからの研究計画

次元の高くない空間への具体的な扱いやすいクラスの可微分写像について、難しいとされる写像や多様体の構成、制限の具体的調査等が主流の仕事であった。研究の過程で、可微分写像の特異点理論、代数的位相幾何、微分位相幾何、低次元の幾何、組み合わせ論等多くの分野に出会ってきたことが大きな特徴である。従来の研究の発展を目指し以下に挑む。

1. Special generic 写像の一般化。　例えば、プレプリント 15 で応募者の導入した、一般化された special generic 写像というもの等について研究したい。これは、special generic 写像の構造の単純さからくる扱いやすさを残し、条件の強さ、定義域多様体を制限してしまうこともあるという難しさを克服するものと考えて導入した。また、special generic 写像と相性の悪い代数幾何のトーリック多様体とその特別なものの上の moment 写像といわれるものの局所的な構造を意識している。

2. 具体的な高次元多様体の、折り目写像やより一般の良い可微分写像による幾何的な扱い。　例えば、高次元の中でも次元が高くなく、いくつか幾何的な結果もあるがそれでも未知の部分も多いといえる 5-8 次元あたりの多様体を表現し、高次元多様体の幾何学的側面の理解の進展に貢献しようと試みている。関連プレプリント 3–5 等がある。これまでの研究で関連しそうなもの、前述の 1.等を応用していく形で高次元世界の"幾何的・構成的"理解を深めていきたい。

   また 4 次元以下の所謂低次元の多様体とその上の写像にも興味がある。査読有論文 6 で、グラフ多様体という 3 次元向き付け可能閉多様体の重要なクラスのものが平面への同心円形折り目写像を有することを示した。関連して写像のかたち、より詳しくは 2 次元の骨組み的な多面体である Reeb 空間と多様体の間の関係をプレプリント 8 で発見した。現在いくつかさらに見つかりそうである。独自性の高い視点からくるもの、高次元における類似の結果があるか等を探っていきたい。

3. 対称空間論への貢献。　微分幾何で注目される、対称空間という対称性の高い可微分多様体のクラスやその亜種や一般化がある。対蹠集合等の特徴的な点の個数や配置と空間のトポロジーの関係が多く明らかになり続けている。 R 空間等良いクラスでは、極大な対蹠集合というものが Morse 関数の特異点全体の集合となる等する。我々の写像の特異点に関する理論が寄与すると期待できる中、調査等推進していく。非常に萌芽的学際的で、独創性の高い研究である。査読有論文 7 の実代数的関数という綺麗な関数の構成等にはヒントがありそうである。