これまでの研究

北澤直樹

多様体の位相やより深く可微分構造の理解推進という、基本的で重要な問題に取り組んでいる。多様体を、自身より次元の高くない空間への良い可微分写像、例えば Morse 関数やその特異点理論的な自然な一般化として、特異点の周りでは Morse 関数と適切な次元の空間上の恒等写像の直積として表される折り目写像、より一般の良い写像を用いて調べるという有名な手法に興味がある。例えば、以下が最近の成果である。プレプリントの多くはプレプリントサーバー https://arxiv.org/ 上にあるか査読有雑誌に投稿中である。

1. 折り目写像の適当なクラス。　査読有論文 1–3、6 やプレプリント 1 等に関連する。これらは、応募者が名づけ系統的に研究した、同心円系折り目写像という、特異点の集合の像が同心円状に埋め込まれているような折り目写像や定義域多様体の代数的位相幾何・微分位相幾何的性質に関するものである。最近では、球面上の特異点を丁度 2 個有するような　Morse 関数や単位球面の射影を自然に一般化したものである special generic 写像について、多様体のコホモロジーに与える制限をいくらか具体的に突き止めていた。以前よりホスト教員の佐伯修氏他により可微分構造やホモロジー群への制限はそれなりに分かっていた。コホモロジーは環やより高次の積の構造を持つ、ホモロジー群よりも精密な量であり、コホモロジーを扱った点が全く新しい。基本的な定理や周辺といえるものがプレプリント 6、7、16 等で整理でき、具体的に高次元の多様体で special generic 写像の存在非存在について調べることにプレプリント 11–14 等で成功した。後者では、微分位相幾何の基本的具体的な理論が忠実に重視されていると同時に意外にも斬新といえる手法が活躍した。いくつかのプレプリントは、有名な査読有専門誌や総合誌への掲載許可を目指し作業中で、掲載を期待できる査読コメントも多い。

2. Reeb 空間とあらゆる応用。　Reeb 空間は、写像の逆像の連結成分からなる空間で、一般に多くの場合値域の空間と次元の等しい多面体で、多様体のいくらかの情報を自然にとらえる。査読有論文 4、 5、 7 では、 Sharko の考えた問題「与えられたグラフを Reeb 空間とするような良い可微分関数は構成できるか」という問題に挑んだ。今まで、閉曲面上の良い関数を構成するというものが主だった中、一般次元の多様体や有限で閉じていない、いわゆるコンパクトでない多様体や代数的な多様体の上の関数を扱った。プレプリント 2、9、10 等が続編である。