(2) 今後の研究計画 真瀬 真樹子

(i) 研究目的・意義

この研究の目的は複素代数 $K3$ 曲面 (以下, 単に $K3$ 曲面と呼ぶ) の代数幾何的な性質を理解することである. $K3$ 曲面の幾何は特異点理論や代数曲線論などの古典的分野を初め, 数理物理などと深い関連がある. $K3$ 曲面を代数幾何学的に理解するためには周期写像や Picard 群の研究が不可欠であるが, 特に Picard 群と関連して, 曲面上の曲線の振る舞いを理解することが必要になってくる. 解析幾何や数理物理に関連するが, $K3$ 曲面から Lie 代数への写像のモジュライ空間による $K3$ 曲面の特徴付けは, 長期的な研究課題である. 以下の課題について考察する:

課題 1. 特異点の代数的位相幾何的な性質と $K3$ 曲面の関係について.

課題 2. $K3$ 曲面から Lie 代数への写像のモジュライ空間について.

課題 3. $K3$ 曲面内の点付き曲線の Weierstrass 半群について.

(ii) 研究内容

課題 1　これまでに得られた, $\mathbb{C}^3$ 内の準斉次孤立特異点の Seifert 形式の不変量と $K3$ 曲面の極付けを与える格子の不変量との間の数値的関係式を基本として, 特異点と曲面の間の幾何的な関係を考察したい. 更に, “$K3$ 曲面族のミラーペア” と “特異点に対する Seifert 形式の間の (何らかの) 双対性” との間の関係性を研究したい.

課題 3　(神奈川工科大学の米田二良 教授との共同研究)

ここでは以下の問題を考察する:

- 有理楕円曲面から得られる $K3$ 曲面上は, どのような Weierstrass 半群を持つ点付き曲線を含んでいるか.
- 半群が Weierstrass であるための, 今まで知られていない何らかの条件を見つけることができるか.
- タイプ 2 の半群について何らかの構造定理を得ることができるか.

課題 3　申請者は, 二つの 4 つ組重み系がカップリング双対であるならば, 対応する $K3$ 曲面族が多面体の双対関係にあることと, 更にそれらの幾つかのカップリングペアは格子の双対関係にあることを示した.

今回の研究では, 多面体の双対関係にはあるが格子の双対関係にはない $K3$ 曲面族に対し, 別の双対関係があるかどうか, を考察したい.

(iii) 研究の展望

特異点や Lie 代数の研究は局所的な性質を理解する一方, $K3$ 曲面の研究は大域的であると言える. しかしながら, 一見全く異なるように見える二つの研究対象も, 深い関係性があるはずである. 格子理論や部分多様体の代数幾何学的手法を用いることにより, 上で計画された研究により, それらの関係性の問題を解決することができると考えている.