

# 研究計画

松野 皐

## Einstein-Dirac-Maxwell 系の厳密解を 1 種類のスピノル場のみ用いて構成する

**背景・目的：**宇宙には大規模で強力な宇宙磁場が存在していることが知られており、宇宙磁場を生成する何らかの電流が存在していると考えられている。このような宇宙モデルは磁場と電流を作り出す物質と重力場の混成系であると考えられる。申請者は電流を生成する物質として 2 成分のダスト流体<sup>\*1</sup> <sup>\*2</sup>や 2 種類のスピノル場を採用して厳密解を構成することに成功した。しかしこれらは物質の配位としては特殊なものなのでトイモデルである。この研究の目的は現実的なモデルを目指して 1 種類のスピノルと磁場と重力場の混成系の厳密解を構成することである。

**意義：**電流無しの電磁場と重力場の系の厳密解は比較的多くのものが知られている。しかし電流ありの厳密解で現実の宇宙に近いモデルはほとんど知られていない。またスピノルと重力の系の厳密解も多く知られているが、スピノルと電磁場と重力場の系の厳密解は少ししか知られていない。電流と磁場と重力場の系は複雑になりやすく解を構成することが容易ではないからである。接触多様体の幾何学的性質は電流と磁場の系と相性がよく、この構造を有効に利用して現実的なモデルを提供することに成功すれば、宇宙の構造に対するより進んだ理解をもたらし、また同時に接触多様体上のスピン幾何学が一般相対論において有用なツールになることを提示することができる。

**方法：**1 種類のスピノルが作り出す電磁場は時間変化してしまうため純粋な磁場を生成することができないため通常の接触磁場はこの系に適合しない。接触形式に類似の性質を持つ 1 形式を 2 つ備えた非静的定常時空を考え、それらを使い電磁場を定義することで整合的な系が得られることが分かっている。しかしこの系は複雑で厳密解を求めることは容易ではない。しかし数値計算により解が存在しているであろうという予想は立っている。先に述べた幾何学的構造をより洗練させるなど幾何学的な考察に基づいて解を構成する方向で研究を進めたいと考えている。

**年次計画：**1～3 月は先に述べたような厳密解を実現する幾何学的な構造の候補を出来るだけ多く検討しその具体例を調べ、厳密解の明示的な表示を求める。次に 4～6 月にその幾何学的性質を抽象化し可能な限り一般性を持たせた設定で考察する。最後に 7～9 月に得られた結果をまとめ論文を執筆する。

## 佐々木・擬 Killing スピノルの明示的表示

**背景・目的：**Killing スピノルはスピン幾何学や数理物理において重要な対象であり、多くの研究がなされてきた。また球面や双曲空間上の Killing スピノルには明示的な表示が与えられている。一方で Killing スピノルの佐々木多様体上での一般化である佐々木・擬 Killing スピノルの明示的な表示はまだ与えられていないと思われる。佐々木・擬 Killing スピノルの明示的な表示を求めることが本研究の目的である。

**意義：**申請者は佐々木・擬 Killing スピノルを一般相対論において応用する研究を行った。今後も数理物理において役立つことが期待される。その際、明示的な表示が与えられていることはその性質を理解したい者にとって非常に役立つことであり、今後佐々木・擬 Killing スピノルを研究する全ての研究者にとって有意義である。

**方法：**佐々木・擬 Killing スピノルを定める偏微分方程式は測地座標の下では常微分方程式に簡約することが期待されるため求積できる可能性がある。また 3 次元において特定の佐々木・擬 Killing スピノルは既に簡潔な表示を既に発見しているためそれを基に一般的な表示を推測できる可能性もある。

**年次計画：**8～10 月に既に得られている特解を基に一般の状況での表示の推測し、方程式の求積を行う。11～12 月に結果をまとめて論文に仕上げる。

<sup>\*1</sup> H.Ishihara,S.Matsuno. PTEP 2022.2 (2022): 023E01.

<sup>\*2</sup> arXiv:2012.02432 (2020).