これまでの研究成果

松野皐

接触多様体は接触形式と呼ばれる 1 形式を備えた奇数次元の多様体である。接触多様体の一種である佐々木多様体は数理物理の種々の分野に登場してきた。最も有名な例は AdS/CFT であろう。この他に有名なものとしては、接触形式をゲージ場と見なして定義される磁場の性質を研究する分野である。この磁場は接触磁場と呼ばれる。接触幾何学の一般相対論への応用はいくらか見られるが、接触磁場に注目した研究はあまり見られない。応募者は接触磁場を有効に活用することで、電磁場、電磁場と相互作用する物質場、Einstein 重力場の混成系の厳密解を構成しその性質を研究した。電磁場と物質と重力場の混成系は一般に非常に複雑で厳密解を構成することは難しい問題となるため、そのような系を厳密に記述する宇宙モデルを提供することは意義のある研究である。応募者の研究テーマは接触幾何学の一般相対論への応用であり、以下では①静的佐々木時空の研究、② Gödel-type 時空の研究について述べる。

①**静的佐々木時空の研究**：佐々木多様体の接触形式をゲージ場と見なした電磁場が接触磁場である。接触形式の双対である Reeb ベクトル場に沿って電流を分布させると、Maxwell 方程式に従ってその電流から生じる磁場が接触磁場であることが分かった。さらにその電流が Reeb ベクトル場に沿って流れる帯電したダスト流体から作られるとした場合には、接触磁場からのダスト流体への Lorentz 力が消えるという性質と Reeb ベクトル場の積分曲線が測地線であるという性質から、磁場と物質の混成系の厳密解が構成される。さらに 3 次元佐々木多様体と時間の直積で与えられる静的佐々木時空において、先に述べた接触磁場と荷電ダスト流体と重量場の成す Einstein 系の厳密解をも構成することができた。この研究はすでに出版されている[*1*2]。一方、この研究では荷電流体を仮定しているが流体はマクロに見た場合の複合物であるためより基本的な場によって同様の状況が記述できることが期待される。そこで荷電流体ではなくゲージ場と相互作用するスピノル場を使用した Einstein-Dirac-Maxwell 系の厳密解を構成することができた。またこのスピノル場は佐々木-擬 Killing スピノル場と呼ばれる佐々木多様体上に存在する特殊なスピノル場を用いたことも新しい点である。この成果は今後発表する予定である。

② **Gödel-type 時空の研究**：Gödel 宇宙は回転するダスト流体を物質に持つ Einstein 方程式の厳密解であり、閉因果的曲線が存在するという性質を持つ。Gödel-type 時空とは単位時間的 Killing ベクトル場でその直交分布が非可積分であるようなものを持つ時空であり、Gödel 宇宙を一般化した時空である。Lorentz 佐々木多様体は佐々木多様体の Lorentian な類似物であり、接触形式が timelike となる。従って、3 次元 Lorentz 佐々木多様体と 1 次元空間 $\mathbb{R}$ を直積した時空は Gödel-type 時空となり、Gödel 宇宙を含む時空族となる。この時空において接触形式をゲージ場とする磁場とそれと結合する複素スカラー場を考える。この複素スカラー場が Higgs 機構のように非自明な真空期待値を持つとき、作り出される電流が Reeb ベクトル場に沿う配位となり、さらに接触磁場と重力場との混成系である Einstein-Maxwell-Scalar 系の厳密解を構成することが分かった。またこのとき時空は Gödel 宇宙となる。従って、Gödel 宇宙は E-M-S 系の 1 つの真空として実現すると理解することが出来る。この成果は出版済みである[*3]。さらに仮定を 4 次元定常時空においてゲージ場が接触形式、複素スカラー場が定数場であると弱めて E-M-S 系を考えた場合、実現する解は本質的に上記の解のみであることを証明することができた。従って、Gödel 宇宙は 4 次元定常時空という広いクラスにおいて、E-M-S 系の非自明な真空として実現することが分かった。この成果は今後発表予定である。

[*1] H.Ishihara,S.Matsuno. PTEP 2022.2 (2022): 023E01.
[*2] arXiv:2012.02432 (2020).
[*3] H.Ishihara,S.Matsuno. PTEP 2022.1 (2022): 013E02.