これまでの研究成果 --- 松下　泰雄
2021 年度申請
2021 年 1 月 6 日提出

松下泰雄の研究テーマは主として不定計量をもつ多様体の幾何学で、微分トポロジーおよび微分幾何学の観点からの研究である。これまでの主要な研究成果は次のとおりである。

2022 年度に得られた結果：

１．Kodaira-Thurston 4-manifold は，symplectic 4-manifold で，正定値 Kaehler 計量を許容しない初めての例として知られている．ところが，ニュートラル Kaehler 計量を許容することを示した．

２．Compact complex surfaces でニュートラルル Kaehler 計量を許容するもののうちの２つ，すなわち Complex torus および Primary Kodaira surfaces 上の計量は，実 4 次元多様体としては Walker 計量であることが示された．

2022 年度の投稿について：

下記，論文の修正版を 2022 年 9 月 28 に再投稿．判定待ち

Yasuo Matsushita and Peter R. Law,
Harmonic indefinite K¥"ahler structures on Walker manifolds of dimension 2n with a parallel field of totally null 2-planes

最新の成果

これまで，4 次元 Walker 多様体が Kaehler 計量をもつならば，3 つの計量成分 a, b, c のすべてが, 2 次元ヌル平面場に対応する 2 つの座標に関して 2 次元の調和関数となることが知られていた (拙著 2005). この「計量の主要な 3 成分が調和関数になる」という性質は，偶数次元(2n)の Walker 多様体が，2 次元ヌル平面場を許容するときに成立する一般的な性質であることを解明した（投稿中).

１．まず、(＋＋— —) 指標の４次元ニュートラル計量の存在条件を確定させた。相対論においてローレンツ計量の存在条件は知られていた。ローレンツ型ではない最低次元の４次元ニュートラル計量の存在条件は、２次元平面場の存在と同値であるが、Hirzebruch-Hopf の定理と、Donaldson のフィールズ賞の業績の結果を応用して、４次元多様体の Euler 数と Hirzebruch 指標による条件式として確定させた。さらに、その条件は２種類の概複素構造 (通常の概複素構造と逆の向付けの概複素構造である反概複素構造) の存在と同値であることを示した。この成果は、Donaldson のフィールズ賞の研究をまとめたオックスフォード出版の著書 The Geometry of Four-Manifolds で紹介されている。
２．Goldberg 予想 (Einstein 概 Kaehler 多様体の概複素構造は可積分である) の反例を８次元ニュートラル多様体上で構成した。不定計量空間による反例である。
３．コンパクト 4 次元ニュートラル・Einstein 多様体の Euler 数と Hirzebruch 指標に対する制約は、コンパクト 4 次元 Riemann・Einstein 多様体の Hitchin-Thorpe 不等式と類似し、符号だけが異なる不等式を満たさなければならないことを示した。
４．４次元概複素多様体がさらに反概複素構造を許容する条件は、ニュートラル計量、お

よび平面場を許容する条件と同値であることを示した。

5．Enriques・Kodaira の分類表に基づいて、コンパクト複素曲面が、反概複素構造を許容するのは第２チャーン数が偶数であることを示した。

6．Petean が 4 次元ニュートラル・Einstein-Kaehler 計量の例を１つ見つけたが、Walker 計量のファミリーのなかで､任意の２次元調和関数からそのような計量を生成する一般的方法を発見した。

7．ヌルベクトルの一般化として、誘導された計量によるテンソルのノルムが 0 となるものをイソトロピックテンソルとして定義を与えた。概複素構造の共変微分の２乗ノルムが０となるものをイソトロピック Kaehler と定義して、それが４次元 Engel 多様体で実際にイソトロピック Kaehler 構造が存在することを示した。

8．最近では、スピノール解析による曲率テンソルの詳細な分類に基づく不定計量空間の研究においても結果を得ている。

9．2007 年に, Goldberg 予想の反例を８次元ニュートラル指標(+4, -4)の Walker 多様体上で発見した.

10. 2015 年に，６次元の指標が(+4, -2)の Walker 多様体上でも反例を発見した.

11. 2016 年に，再び，８次元ニュートラル指標(+4, -4)の Walker 多様体上で発見したが，この反例は反概複素構造によるものである.

12. 2019 年，n 次元不定計量空間で指標が (n-2,2)の Walker 多様体では，任意の２次元調和関数を１つ選択して，それを Walker 計量のある特定の１成分に組み込むと，常に Kaehler 構造が構成できることを示した。

以　上

その他の活動:

- 1981，アメリカ数学会，Mathematical Reviews Reviewer.
- 2006，インドのジャーナル JP Journal of Geometry and Topology の編集長に就任
- 2006，英国物理学会（Institute of Physics = IOP）からインタビューを受けた．数年間 IOP のホームページに写真入りで掲載された．
- 2009 年，サウジアラビアのキングサウド大学，数学教室において，学位審査の海外審査員として招かれた．２度の招待講演も行った．
- 2010 年，インドのアラハバードにおける国際会議の議長を務めた．
- 2010 年，スペインのサンティアゴ・デ・コンポステラ大学において，招待一般講演を行った．
- 2010 年，オーストリアのウィーン工か科大学で，招待講演を行った．
- 2013 年，トルコの幾何学シンポジウム XI で，招待一般講演を行った..
- 2015 年，韓国大田（デジョン）において招待一般講演を行った．
- 2016 年，韓国大邱（テグ）において招待講演を行った．
- 2016 年，ブルガリアの科学アカデミーで，招待一般講演を行った．
- 2017 年，スペインのグラナダ大学とサンティアゴ・デ・コンポステラ大学において，招待講演を行った．
- 2018 年，韓国大邱（テグ）の慶北大学において，招待集中講義を行った．
- 2018 年，大阪市立大学 Mini-Workshop “Geometry and Mathematical Science” の講演.
- 2019 年，応用数学の教科書（大学専門の数学）「機械工学系のための数学」を刊行.