

今後の研究計画

中村 力

以下は、私の今後の主な研究テーマと、その概要である。

1. 無限生成 CM 表現論における generic 加群の研究

有限次元代数上の純移入加群に基づいた無限生成表現は様々な角度から深く研究されている。特に、ある有限次元代数のクラスに対しては、無限生成な純移入直既約加群の種類は 3 種類に分類されることが明らかになっている (Puninski–Prest, 2016)。そのうちの 하나가 generic 加群であり、これは無限生成な直既約加群であって、自己準同型環上の加群として長さが有限なものとして定義される。大雑把に言えば、(代数閉体上の)有限次元代数において、generic 加群は有限生成な直既約加群の振る舞いを統制する役割がある。また、有限次元代数が tame 表現型をもつことについて、generic 加群を用いた特徴付けが知られている (Crawley-Boevey, 1991)。本研究テーマは、有限次元代数における generic 加群の理論を、無限生成コーエン・マコーレー (CM) 表現へと拡張を目指すものである。

2. CM heart と big CM 加群

可換環論における伝統的な CM 加群の無限生成版として、big CM 加群がある。Hochster (1975) が予想し、André (2018) によって最終的に解決されたように、全てのネーター局所環に対して (balanced) big CM 加群が存在する。近年では、big CM 加群の構成や応用について、盛んに研究されている。一方、任意の完備ネーター局所環が有限生成 CM 加群を持つかは未解決問題である。

これまでの Michal Hrbek 氏と Jan Šťovíček 氏との共同研究で、可換ネーター環 R の (非有界) 導来圏 $D(R)$ において、CM heart の概念を導入した。これは、あるコンパクト生成な t -構造の heart (中心) であり、局所有限表示な Grothendieck 圏になっている。CM heart に属する複体は全て、ある意味で CM 的な対象であり、特に任意の big CM 加群は CM heart に属している。本研究テーマは、big CM 加群を CM heart というアーベル圏の立場から考察を進め、加群圏では捉えられない big CM 加群についての一般論の展開を目指すものである。

3. ネータースキーム上の平坦余ねじれ準接続層の研究

可換ネーター環の加群圏の自然な拡張はネータースキームの準接続層の圏である。これらの圏の大きな違いとして、前者には射影的对象が十分に存在するが、後者はそうとは限らないことが挙げられる。この意味で、スキームの準接続層の圏において平坦的对象が十分に存在することは、基本的かつ重要な事実である。しかし平坦的对象では、入射 (移入) 的对象のように導来圏をホモトピー圏として実現できないのが普通である。この欠点は、平坦余ねじれ準接続層を考えることで埋められる。実際、(quasi-compact かつ semi-separated な) スキーム上の準接続層の (非有界) 導来圏は、環の時と同様に、平坦余ねじれ準接続層のホモトピー圏と三角同値になる。この事実を動機の一つとしながら、Sergio Estrada 氏と神田遼氏とともに、平坦余ねじれ準接続層の構造についての共同研究を進めている。