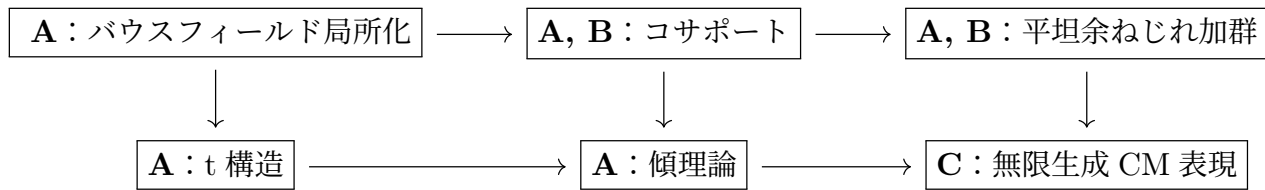


私のこれまでの主な研究テーマは、(A) 可換ネーター環の非有界導来圏の研究、(B) 平坦余ねじれ加群とコサポートの研究、(C) 無限生成コーエン・マコーレー表現の研究の三つである。研究の流れを図式で示すと次のようになる：

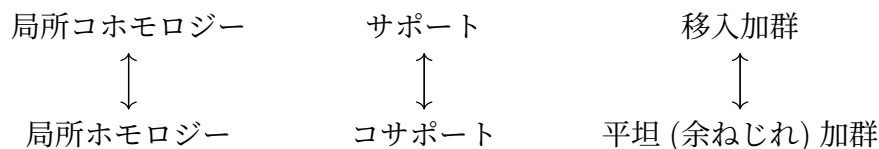


以下では、これらの研究について概略と関係性を説明する。

## 1. バウスフィールド局所化・コサポート・平坦余ねじれ加群

バウスフィールド局所化は、圏の局所化の一種であり、もともと代数的位相幾何学において研究され始めた概念である。この方面からの仕事として Greenlees–May は、可換環論や代数幾何学で重要な局所コホモロジーの双対である局所ホモロジーの概念を導入した (1992)。これらが導来圏のバウスフィールド (余) 局所化として捉えられることは、今日ではよく知られている。

一般的には、バウスフィールド局所化を具体的な関手として記述するのは困難である。しかし、私は吉野雄二氏との共同研究において、クルル次元有限な可換ネーター環  $R$  の (非有界) 導来圏  $D(R)$  に対しては、これが一貫した方法で可能であることを明らかにした (2018)。この研究において鍵になったのは、(加群や複体の) サポートの双対であるコサポートであり、その双対性は以下の左と右に示されている双対性の類似である：



平坦余ねじれ加群 (flat cotorsion module) は、平坦加群にホモロジカルな条件をさらに課したクラスで、圏論的な観点からは、射影加群や移入加群と同等によい性質をもつ。例えば、任意の環の導来圏は、 $K$ -flat な平坦余ねじれ加群の複体のホモトピー圏として実現できる。これを一つの動機としながら、私は Peder Thompson 氏と共同研究を行い、(クルル次元有限な) 可換ネーター環  $R$  の  $D(R)$  においては、任意の複体が極小かつ  $K$ -flat な平坦余ねじれ加群の複体に置き換えられることを証明した (2020)。この置き換えの特別な場合が  $R$  の極小純移入 (minimal pure-injective resolution) であり、その構造と  $R$  のコサポートには密接な関係がある。私は体上のアファイン環に対するコサポートを完全に決定し、応用として中山予想の類似である Gruson の予想を、部分的ではあるが肯定的に解決した (2019)。

平坦余ねじれ加群のクラスの一般論としての重要性は、今日では導来圏やモデル圏の観点から十分明らかになっているが、具体的な構造については、可換ネーター環  $R$  上の Enochs の定理より一般的なことは分かっていなかった。私は神田遼氏との共同研究で、Enochs の平坦余ねじれ加群の構造定理を、ネーター代数 ( $R$  上加群として有限生成な非可換代数) へと拡張に成功した (2022)。帰結として Ziegler スペクトラムの平坦余ねじれ加群の点が完全に分類され、これは 3 の研究に関係している。

## 2. t-構造・傾理論

三角圏の  $t$ -構造は、バウスフィールド局所化の自然な一般化である。可換ネーター環  $R$  の導来圏  $D(R)$  においては、コンパクト生成な  $t$ -構造の分類が知られており、これらは homotopically smashing というよい性質をもつ。私は Michal Hrbek 氏との共同研究で、「homotopically smashing な  $t$ -構造はコンパクト生成である」という逆の定理を証明した (2021)。これは  $D(R)$  に対して Neeman が肯定的に解決したテレスコープ予想の  $t$ -構造版といえる。

コンパクト生成な  $t$ -構造が非退化であれば、それは準余傾対象 (cosilting object) によって引き起こされることが知られている。私は Michal Hrbek 氏と Jan Šťovíček 氏との共同研究で、 $D(R)$  の準余傾複体 (及び準傾複体) を具体的かつ豊富に構成し、さらにそれらが余傾対象 (傾対象) になる条件を、 $R$  がコーエン・マコーレー環の準同型像になる条件と結びつけた (2022)。

## 3. 無限生成コーエン・マコーレー表現

整環上のコーエン・マコーレー (CM) 加群の研究は、特異点の表現論的研究と、有限次元代数の表現論の拡張という二つの側面をもつ。Auslander–Ringel–Tachikawa の定理によって、有限次元代数が「無限表現型を持つこと」と「非有限生成かつ直既約な加群が存在すること」が同値であり、これは自然に無限生成表現を研究する動機を与える。

純移入的 (pure-injective) な直既約加群の同型類を点とする Ziegler スペクトラムは、無限生成表現を論じる理にかなった位相空間である。Puninski と Puninski–Los は Ziegler スペクトラムを用いながら、有限次元代数の無限生成表現の類似を、1次元の可算 CM 表現型を持つ超曲面に対し試みた (2018, 2019)。私はこの研究を理論に継続するための基礎として、完備 Gorenstein 整環上の Gorenstein 射影加群の安定圏における Auslander–Ringel–Tachikawa 型の定理を証明した (2022)。1 の最後で述べた Ziegler スペクトラムの平坦余ねじれ加群で表されるの点の分類も、無限生成 CM 表現論のための基礎的な結果である。また、3 で述べた Michal Hrbek 氏と Jan Šťovíček 氏との共同研究で構成した余傾対象は、Puninski が想定した無限生成 CM 加群のクラスを傾理論的に扱うための重要な役割を持つ。