

研究背景

我々はトリプレット W 代数と呼ばれる頂点作用素代数の族の加群の圏の構造を研究してきた. 特に Feigin, Gainutdinov, Semikhatov, Tipunin [1] により定義されたトリプレット W 代数 \mathcal{W}_{p_+, p_-} と Adamović と Milas により定義されたスーパートリプレット W 代数 $\mathcal{SW}(m)$ [2] の加群の圏の構造を研究している. トリプレット W 代数は C_2 余有限性を満たす非有理性的な頂点作用素代数の数少ない例になっている. 一般に, 有理性的な頂点作用素代数の場合は加群の圏が半単純となるが, 非有理性的な頂点作用素代数の場合は頂点作用素代数の加群がなすアーベル圏は半単純にならずに, 対数的加群が現れる. ここで対数的加群とは, Virasoro 代数のゼロモード L_0 の広義固有値分解を許した直既約加群のことである. さらに C_2 余有限性を満たす場合, 単純加群の個数は有限個になり, 加群の圏には Huang, Lepowsky, Zhang [3] によって構成されたブレイド圏の構造が入る. このようにトリプレット W 代数は, C_2 余有限性を満たすため, 非有理性的な頂点作用素代数達の中でも良い性質を持つが, トリプレット W 代数 \mathcal{W}_{p_+, p_-} に関しては対数的加群の構造や対数的加群同士のテンソル積の構造などの具体的な側面は未だに完全に理解されていない.

研究結果

トリプレット W 代数 \mathcal{W}_{p_+, p_-} と $\mathcal{SW}(m)$ についてのこれまでの研究結果について説明する.

\mathcal{W}_{p_+, p_-} に関する結果は大きく以下の二つに分けられる.

- (1) 極小単純加群以外の単純 \mathcal{W}_{p_+, p_-} 加群の射影被覆の構造を決定した. ここで極小単純加群とは Virasoro の単純加群でもある \mathcal{W}_{p_+, p_-} 単純加群のことである. これらの対数的加群の構造は $(p_+, p_-) = (2, 3)$ の場合に Gaberdiel, Runkel, Wood [4] により予想されていた.
- (2) Rasmussen [5] や Gaberdiel, Runkel, Wood [4] により予想されていた非半単純なフュージョン則に証明を与え, 非半単純なフュージョン環の構造を決定した. ここで非半単純なフュージョン環とは適当な直既約加群達の集合に定まる可換環のことを言う. このフュージョン環を適当に特殊化することにより二つの \mathcal{W}_{p_+} と \mathcal{W}_{p_-} の非半単純なフュージョン環が得られる.

スーパートリプレット W 代数 $\mathcal{SW}(m)$ に関しては加群のアーベル圏の構造とブレイド圏の構造を完全に決定することができた. $\mathcal{SW}(m)$ の非半単純なフュージョン環がトリプレット代数 \mathcal{W}_{2m+1} の非半単純なフュージョン環 [6] から変数の特殊化により得られることを示した. Adamović と Milas は単純 $\mathcal{SW}(m)$ 加群の指標が単純 \mathcal{W}_{2m+1} 加群の指標で表し, 二つの頂点作用素代数 $\mathcal{SW}(m)$ と \mathcal{W}_{2m+1} の間に深い関係があると推測した. 我々の結果は彼らの予想をより強い形で裏付けるものとなっている.

References

- | | |
|---|---|
| [1] B.L. Feigin, A.M. Gainutdinov, A.M. Semikhatov, and I. Yu Tipunin, Nuclear Phys. B 757(2006),303-343. | [4] M. Gaberdiel, I. Runkel and S. Wood, J.Phys. A42 (2009) 325403. |
| [2] D. Adamović and A. Milas, Commun. Math. Phys. 288 (2009), 225-270. | [5] J. Rasmussen, Nucl. Phys. B 807 (2009) 495. |
| [3] Y. Z. Huang, J. Lepowsky and L. Zhang, arXiv:0710.2687v3 [math.QA]. | [6] A. Tsuchiya, S. Wood, J. Phys. A 46 (2013), no. 44, 445203, 40 pp. |