今後の研究計画

氏名.　中島 秀斗

これまでの研究に引き続き，等質凸領域，特にこれまで集中的に考察を行った等質開凸錐について，多角的な視点から研究を続ける．特に，等質開凸錐は可解 Lie 群が推移的に作用しており，可解 Lie 群による等質空間の典型例になっている．そこで，Lie 群論の視点から，簡約から外れたところではどのような現象が起こるようになるのかということにも着目して研究を進める．また，現在の所属や論文 [1] にあるように，応募者は機械学習やランダム行列理論の研究も行っており，この方向についても精力的に研究を推し進めていく．

(a) **等質開凸錐に付随する多変数ゼータ関数の研究．**引き続き，これまでの研究を敷衍させる形で研究を進めていく．特に (i) 等質開凸錐のゼータ関数の解析接続可能性，および (ii) その関数等式の係数行列 (ガンマ行列) に関する問題を中心とした研究を行う．(i) について，簡約な場合における概均質ゼータ関数は，F. Sato (1982) の一般論により全空間まで解析接続されるが，簡約でない場合は未解決であり，本研究がこの問題の突破口になると考えている．また (ii) について，ガンマ行列は変数毎の行列に分解されることを示しており (論文 [13])，次のステップとして，対称錐上の管状領域の正則同相群のテンソル積表現に関する包絡作用素についての研究 (Ben Saïd–Clerc–Koufany, 2018) を，一般の等質開凸錐上のものへ一般化することを試みる．

(b) **等質開凸錐上の不変微分作用素環の研究．**論文 [2] に引き続いて簡約性を仮定しない等質空間上の不変微分作用素環について研究を行う．特に (i) 等質開凸錐とは異なる等質空間に対しての具体的計算，(ii) 扱う群を等質開凸錐上の線型自己同型群全体へと拡張する，という課題を中心に研究する．(i) について，論文 [2] で用いた手法を適用すれば，これまでの研究で述べたように，Ishi–Kogiso (2016) で考察された sub-Hankel 行列に関する概均質ベクトル空間の b-関数の予想を解決できる．他の等質空間について考察することにより，新しい現象を見出だせると考えている．(ii) について，対称錐においては，論文 [2] で扱ったものではなく，この不変微分作用素環が対称錐上の解析において重要な役割を果たしており，対称性の仮定を外した場合において，どのような現象が起こるのかを明らかにすることは，非常に重要な問題である．

(c) **局所関数等式を満たす多項式系に関する研究．**正則な概均質ベクトル空間の基本相対不変式は局所関数等式 (多項式系の冪積の Fourier 変換がまた，多項式の冪積になる) を満たす．局所関数等式の成立については，大きな群作用は必ずしも必要ではなく，局所関数等式を満たす多項式系がどのような概均質ベクトル空間の基本相対不変式にもならないものが存在することが知られている．そこで，どのような多項式が局所関数等式を満たすのか，あるいは概均質ベクトル空間の基本相対不変式になれるのかということについて，小木曽岳義氏（城西大学・教授）と共同で研究を進める．現在，三角形配置に付随する多項式に関して研究成果を上げており，投稿に向けて論文としてまとめている (準備中の論文 [11])．

(d) **グラフィカルモデルに関連するランダム行列に関する研究．**引き続き Graczyk 氏と共同し，等質開凸錐と関連するランダム行列の固有値分布問題について研究を行う．そのための重要なステップとして，グラフィカルモデルに関連するランダム行列を考察する．これは，グラフィカルモデルから構成される等質開凸錐のクラスにおいては，固有値が自然に定義できることによる．まず数式処理ソフトを利用してグラフィカルモデル上の Wishart 型ランダム行列の固有値分布をシミュレートし，データベース化する．そして，その中から模範となる具体例を抽出し，学術論文 [1] で用いた手法を応用することにより，詳しく解析を行う．様々なタイプの Wishart 型ランダム行列の固有値分布問題に対して系統的な計算を与えることは，数理統計学やランダム行列理論，無線通信工学などを始めとした様々な分野の発展に貢献できると考えている．

(e) **群不変性・共変性を利用する機械学習に関する研究．**近年，CNN などのように群作用を機械学習に応用する研究が活発に行われている．福水健次氏（統計数理研究所）と共同し，「群作用を学習するというのはどういうことか」という問題を設定し，VAE (変分オートエンコーダ) を中心としてこの問題に取り組んでいく．