

2023年1月5日

関川 隆太郎

今後の研究計画

大きく次の二つの研究を計画しています。

1. “新たな多項式族”を構成し、冪整基底問題をはじめとする数論的性質を研究する
2. Coleman の公式の別証明とその応用

1. “新たな多項式族”を構成し、冪整基底問題をはじめとする数論的性質を研究する

目的は、冪整基底問題における、汎用的な手法を得ることです。先行研究で用いられる主な手法は、拡大次数の限界や適用条件があり汎用的でないという問題点があります。そこで、本問題の新たな具体的結果を数多く得て、定式化の見通しを立てることを目指します。

軸とする方法は、冪整基底と相性の良い既知の巡回多項式を土台に、未知の多項式族を降下 Kummer 理論により構成し整理することです。私は陸名多項式を用いて冪整基底を持つ巡回拡大が無数存在することを示しました。陸名多項式は、2次降下 Kummer 理論として解釈できることが知られています。一方で、降下 Kummer 理論は、代数的トーラスを用いることで、特定の次元へ拡張されており、具体的に多項式が計算可能です。降下 Kummer 理論を用いて、陸名多項式と似た性質を持つ未知の多項式族の構成を行います。次に、構成した多項式の分解体が冪整基底を持つかどうかを、これまでの研究を土台に調べ特徴づけます。既に、新潟大学の研究員の金井和貴氏との共同研究で、既存の重要な多項式族を含む族を発見し、定式化を行っています。

上記に加えて、構成した多項式族の数論的性質を調べ整理します。陸名多項式の最も基本的な場合である Shanks 多項式は類数や単数基準が詳しく調べられています。その点を鑑みて、同様の性質を持つか、定式化ができるかを検討します。

2. Coleman の公式の別証明とその応用

目的は、Coleman の公式に対して一般化の見通しが立つ別証明を与えることです。Coleman 氏は Fermat 曲線上の絶対 Frobenius 作用を明示しました。この結果は、Gross-Koblitz の公式や加塩-吉田予想、Stark 予想等と関連する重要な結果です。一般化や諸問題への応用に向けて、Coleman の手法における具体的な基底が必要であるという問題を克服した別証明を目指します。本研究は、東京理科大学の加塩朋和氏と同研究室博士課程の吉崎彪雅氏との共同研究であり、既に取り組んでいます。

軸とする方法は、Coleman の公式の両辺を関数とみなし、関数等式と連続性を用いて等号を示す方法です。加塩氏は Coleman の公式の両辺を関数とみなし、ある連続性を仮定し公式の一部を導きました。その結果を土台に、連続性の証明と必要な関数等式の解明から始め、完全な別証明とその一般化・応用を与えることを目指します。