これまでの研究成果 (以下論文の文献番号は論文リストの番号と同一)

勝呂剛志

移流拡散方程式は物理学を始め, 天文学, 生物化学等, 多岐の分野に現れる数理モデルの極限操作によって導出される. この方程式は拡散方程式に移流効果を与える非線形干渉項が作用したもので, そのポテンシャルは楕円型偏微分方程式で与えられる. 移流拡散方程式は質量保存則とあるエントロピー汎函数の消散性を擁し, 半線形である主要項が熱方程式の場合は, Boltzmann–Shannon エントロピーが対応する. 移流拡散方程式の解の減衰や漸近挙動の研究において, 対応するエントロピー汎函数に対する評価が有用である. 確率密度函数に対するエントロピー汎函数とモーメント, ポテンシャルの関係は函数不等式で記述される. 北海道大学の久保英夫氏と東北大学の小川卓克氏との共著 [1] において, 対数函数の重みを課した確率密度函数の Boltzmann–Shannon エントロピーに対する函数不等式の最良定数とそれを達成する函数を同定した. また, 論文 [4] において, Boltzmann–Shannon エントロピーの 1 パラメータ拡張である Rényi エントロピーに対する函数不等式の函数不等式の最良定数とそれを達成する函数を同定した. これらの函数不等式の非線形偏微分方程式の応用の一つとして, 移流拡散方程式の初期値問題の解に対する漸近挙動を示した ([3], [6]).

藤田型熱方程式や非圧縮性 Navier–Stokes 方程式といった非線形偏微分方程式の解の存在を示す際, 空間遠方において減衰を課さない函数空間である一様局所 Lebesgue 空間における初期値問題の適切性が示されている. 移流拡散方程式の初期値問題は, 非線形構造において熱核とポテンシャルの具体的な関係や平滑化効果の影響が得られないため, 一様局所 Lebesgue 空間における適切性は未解決であった. 論文 [2] において, 一様局所 Lebesgue 空間上のポテンシャルに対する臨界型函数不等式を拡張することで, 移流拡散方程式の初期値問題の適切性を証明した ([7] も参照). また, 移流拡散方程式の初期値問題が一様局所 Lebesgue 空間において適切であるという結果から, 小川卓克氏との共著 [5] において, 生物化学における走化性粘菌のモデルである Keller–Segel 系の緩和時間パラメータの無限大極限を考察し, Keller–Segel 系の解が移流拡散方程式の解に一様局所 Lebesgue 空間上強収束することを示した.