今後の研究計画

高崎金久

以下のようなテーマについて研究を進める．

数え上げ幾何学と可積分階層　過去数年間 Gromov-Witten 不変量に関連する可積分階層について考えてきたが，やり残したいくつかの問題に取り組みたい．その一つ（当初からの主要目標）は Dubrovin-Zhang 理論と Givental 理論を理解することである．Dubrovin と Zhang は種数 0 の Gromov-Witten 不変量（言い換えれば Frobenius 多様体）に対する可積分階層から全種数不変量に対する可積分階層を構成するプログラムを提案した．Givental はボゾン Fock 空間を用いて，全種数不変量の母函数（Dubrovin と Zhang の意味での τ 函数に相当する）の明示的表示を与えた．Gibvental の公式は KP 階層や戸田階層の τ 函数のフェルミオン的公式と概念的に異質ではあるが，同様の可積分構造が背後に隠れていることを示唆しているように思われる．

位相的弦理論と漸近解析　最近，M. Alim らの物理学者グループは resolved conifold （特殊な 3 次元トーリック Calabi-Yau 多様体）の上の位相的弦理論への Borel 総和法や完全 WKB 解析からのアプローチを報告した．これは Bridgeland が Dolaldson-Thomas 不変量に関連して考察した Riemann-Hilbert 問題を見直す試みのようである．これらの研究は先行する Kashaev らの量子ダイログ函数の研究の延長上にあり，岩木，小池，竹井による超幾何方程式の τ 函数の研究とも関連している．これらの結果を踏まえて，いわゆる strip geometry に一般化したり，等モノドロミー変形と関連付けることを試みる．

等モノドロミー変形　幾何学における等モノドロミー変形の応用は広範囲にわたる．応募者は特に，1990 年代の Dubrovin の Frobenius 多様体の理論に始まり，近年の Bridgeland の BPS 構造や Joyce 多様体の研究に至る発展に興味がある．また，岩木らによる位相的漸化式からのアプローチにも心引かれるものがある．応募者の 1990 年代後半の Whitham 変調方程式や Hamilton 構造に関する研究はこれらの最近の動向と接点をもつように見える．その中に新たな研究の可能性を探りたい．

BCD 型 KP・戸田階層　KP 階層のさまざまな変種（B 型，C 型，D 型に大別される）は 1980 年代はじめに KP 階層（A 型に相当する）が登場してまもなく導入され，長年にわたって基礎と応用の両面が研究されてきた．たとえば，通常の KP・戸田階層と同様に，これらの変種の KP 階層もランダム行列模型や直交多項式系に応用された．最近では，数え上げ幾何学，特に Riemann 球面の Hurwitz 数に関連して B 型 KP 階層に対する関心が高まっている．他方，戸田階層についてもこのような変種は 1980 年代から知られているが，最近まったく新しい型の戸田階層が Zabrodin と Krichever によって見出された．さらに，Kostant-戸田階層に基づく新たなアプローチが児玉らによって着手された．KP・戸田階層の変種のさらなる探求は非常に重要な課題である．