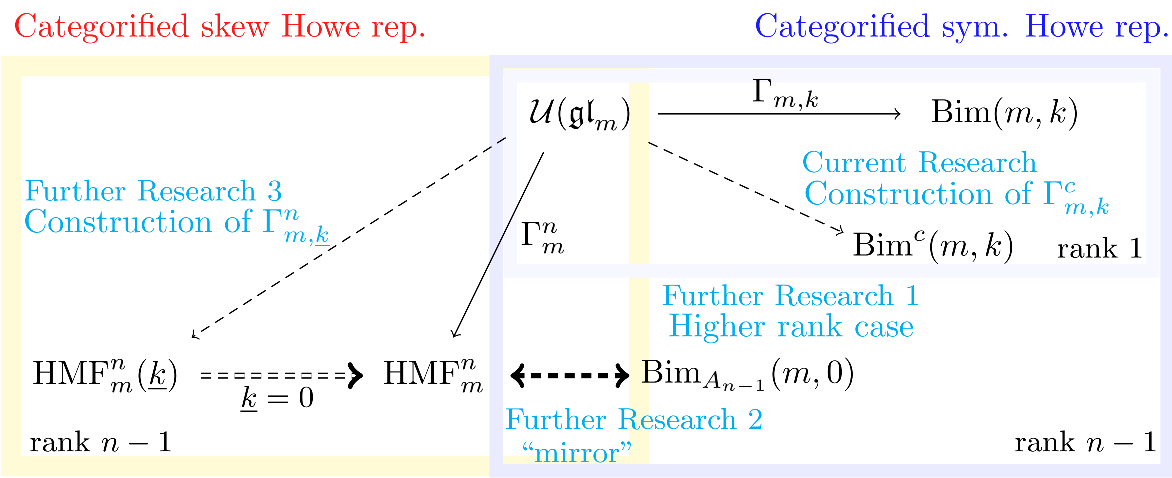

図の実線はこれまでの研究で得られた結果. 破線は今後取り組む研究対象.

応募者は Khovanov-Lauda-Sussan と構成した A_1 型変形 Webster 代数 $W(\mathfrak{s},k)$ の一般化に取り組み, 一般型変形 Webster 代数 $W^{\mathfrak{g}}$ を Khovanov-Lauda-Rouquier 代数の部分代数として導入した. 参照: arXiv:2203.15964. Khovanov-Lauda-Rouquier 代数は p-DG 構造を持つので, 一般型変形 Webster 代数 $W^{\mathfrak{g}}$ にも自然に p-DG 構造が考えられる. 今後は, この一般変形 Webster 代数 $W^{\mathfrak{g}}$ を基にして, 量子群 $U_q(\mathfrak{g})$ とその表現から得られる結び目の量子不変量を精密化する結び目ホモロジー不変量の構成や 3 次元多様体の量子不変量を精密化する 3 次元多様体ホモロジー不変量の構成に取り組む.
具体的には以下のことに取り組む.

研究計画

(1) A_1 型変形 Webster 代数の場合には、対称積 $S^k(\mathbb{C}^2\otimes\mathbb{C}^m)$ 上の互いに可換な左 $U_q(\mathfrak{sl}_2)$ 作用と右 $U_q(\mathfrak{gl}_m)$ 作用から導かれる表現の構造を A_1 型変形 Webster 代数の両加群圏に構成した. A_{n-1} 型変形 Webster 代数の場合にも、対称積 $S^k(\mathbb{C}^n\otimes\mathbb{C}^m)$ 上の互いに可換な左 $U_q(\mathfrak{sl}_n)$ 作用と右 $U_q(\mathfrak{gl}_m)$ 作用から導かれる表現

$$\gamma^{\mathfrak{sl}_n}_m : U_q(\mathfrak{gl}_m) \to \bigoplus_{\sum_{\alpha=1}^m i_\alpha=k,\ \sum_{\alpha=1}^m j_\alpha=k} \mathrm{Hom}_{U_q(\mathfrak{sl}_n)}(S^{i_1}\otimes\cdots\otimes S^{i_m}, S^{j_1}\otimes\cdots\otimes S^{j_m}).$$

の構造を A_{n-1} 型変形 Webster 代数の両加群圏に構成できることが期待されるので, これに取り組む.

(2) Khovano-Qi によって Khovanov-Lauda-Rouquier 代数などに導入された p-DG 構造を用いて、代数が持つ変形パラメータが 1 の冪根の場合の表現論を圏化できることを期待している. Khovanov-Lauda-Rouqier 代数が p-DG 構造を持つことから, Khovanov-Lauda-Rouqier 代数の部分代数として定義した一般型変形 Webster 代数 $W^{\mathfrak{g}}$ にも p-DG 構造を自然に導入できる. この p-DG 構造を用いて, 冪根の量子群の表現の構造の圏化に取り組む.

(3) 上記 (1)(2) は対称テンソル積に現れる構造を圏化する研究であった. 同様のことが反対称テンソル積の場合, つまり行列因子化の圏 HMF の場合にも構成できることが期待されるので, これに取り組む.