研究成果

吉岡礼治

• 2d/4d(5d) 対応と様々な極限

2d/4d 対応では、2 次元共形場理論の共形ブロックと 4 次元 $su(n)$ 超対称ゲージ理論のインスタントン分配関数が等価であると主張される。また q 変形された Virasoro 代数に基づく共形場理論と 5 次元の超対称ゲージ理論との同様な対応 (2d/5d 対応) へと拡張することも可能であり、$q \to 1$ 極限で元の 2d/4d 対応に帰着する。

そこで 2d/5d 対応を出発点とし、別の極限、つまり q の 1 の冪根極限について考察した。q 変形 Virasoro 代数の極限 $q \to -1$ において超対称 Virasoro 代数の生成子が現れることを示した。また、超対称 Virasoro 代数を記述し、共形ブロックを構成する自由ボゾン、自由フェルミオンが q 変形ボゾンからその極限で自然に得られることを見出した。5d 側では、5 次元超対称ゲージ理論のインスタントン分配関数の表式は知られているので、2d 側と同様の極限をとり、その一般形を得た。また、一般の 1 の冪根極限についても考察し、パラフェルミオンの出現などを実証した。

ゲージ理論側において、本来の 2d/4d 対応ではフレイバー数が $N_f = 2n$ であるが、質量無限大極限をとることで、フレイバーの自由度を decouple させられる。CFT においては、これと対応するものは irregular 共形ブロックとして知られている。一方、共形ブロックと等価な β 変形行列模型は、irrergular 極限においてユニタリー行列模型へと変形する。これまでの研究は $n = 1$ に限定されており、一般の n、即ち log 型ポテンシャルを持つ多行列模型における irregular 極限はほとんど注目されていなかった。そこで、一般の n への拡張を行い、$N_f = 2n-1, 2n-2$ への irrgular 極限の手法を確立させた。この拡張により、一般の n の多行列模型が $n = 1$ に限定していては見えない豊富な構造を持つということが示唆されることとなった。その一端として、$N_f = 2n-2$ において、Dynkin 図に基づく最大離散対称性を実現するフレイバー質量関係式

$$m_i = m_{2n-1-i}, \quad i = 1, \cdots, n-1.$$

を得た。Seiberg-Witten 曲線を最大限縮退するパラメータ空間の集合は、この関係式により与えられる。この事実は、一般の n において、その集合が点ではなく超曲面となることを示している。

• テンソル模型

テンソル模型は長方行列模型の高いランクへの一般化として定義でき、近年、低次元 AdS/CFT 対応や量子重力との関連から注目を浴びている。しかし通常の行列模型と比べて当然複雑で、模型に含まれるゲージ不変演算子 (Operator) が非自明な構造を持ち、行列模型において用いられる Virasoro 拘束式などの通常の手法がそのままでは適用できない などの困難がある。

テンソル模型の Operator について研究の進展として、異なるランクのテンソル模型間に次の Op/FD 対応が成り立つことを実証した。

$$\text{Operator (ランク } r) \quad \Longleftrightarrow \quad \text{Feynman Diagram （ランク } r-1)$$

この対応により、テンソル模型の全ての演算子が、1 つだけランクの低い模型の Feynman 図でラベル付けされることが判明した。さらにランク 3 の場合、この対応関係は dessin (d'enfant) と呼ばれるグラフとの 1 対 1 対応を含んだ Op/FD/dessin 対応となることも示した。ここで、dessin とは、2 次元曲面上に埋め込まれた、2 色の頂点とそれらを繋ぐ辺からなるグラフである。この対応を用いて、ランク 3 のテンソル模型のレベル 5 までの全て operator を、FD や dessin の性質、例えば頂点の数などにより分類した。また cut & join 演算など operator 上に作用する演算を、dessin の言葉で表し、図形的な操作としての解釈を確立した。