

今後の研究計画

非線形分散型方程式の孤立波の安定性に関してこれまでの研究により明るみに出た問題の解決に取り組むことで理論の発展を目指す。着任後は以下の3つのテーマに関する重点的な研究を計画している。

(1) 孤立波の2パラメータ族の研究 微分型非線形シュレディンガー方程式や非線形シュレディンガー方程式の連立系などは周波数と進行速度の2つのパラメータに本質的に依存する孤立波の族を持つ。これまでの研究では1パラメータ族が主に扱われてきた。一方2パラメータ族に対しては非線形楕円型方程式の解としての性質（対称性・一意性・非退化性）などの基本的な部分を含めて未解明な点が多い上、抽象理論を適用するための解析手法もほとんど確立されていない。本課題では孤立波の2パラメータ族に対して、これらの性質の解析や抽象理論を適用するための手法の開発を目指す。

また近年非線形シュレディンガー方程式系や4階非線形シュレディンガー方程式などの「ガリレイ不変性を持たない」方程式に対して、定在波より小さい作用を持つ球対称解の散乱と爆発が研究されている。一方、球対称でない解の挙動については未解明な点が多い。そこで非球対称解の挙動については、定在波ではなく進行波が重要な役割を果たし、それらの性質を詳しく調べる必要があると私は予想している。今後の研究では進行波と非球対称解の散乱および爆発との関連を調査し、解の大域挙動の解明を目指す。

(2) 代数的孤立波の研究 通常孤立波は空間遠方で指数減衰するが、臨界の状況においては空間遠方で多項式減衰する代数的孤立波が現れることがある。論文 [6] で不安定性に関して部分的な結果は得ているが最適ではない。また安定な代数的孤立波は見つかっていない。そこでまずは二重べき型非線形シュレディンガー方程式の代数的孤立波に対して非線形楕円型方程式論や作用素論の観点から理論整備を行い、その安定性と不安定性に関する新たな理論構築を目指す。さらに他の方程式の代数的孤立波に関しても安定性と不安定性について研究を推進していく。

(3) 孤立波の漸近安定性・強不安定性の研究 方程式がスケール・ガリレイ不変性を持たないとき、孤立波の安定性は周波数や進行速度などのパラメータに本質的に依存し、さらに漸近安定なものや強不安定なものが現れる。しかし漸近安定性・強不安定性は多くの方程式に対して未解明であり、また周波数および進行速度によりどのように変化するのかといった問についてはほとんどわかっていない。そこでポテンシャルや点相互作用を持つ非線形シュレディンガー方程式などを含め、様々な方程式に対してこれらの問題を考察し、漸近安定性・強不安定性が起こるための普遍的な条件の解明を目指す。