深谷 法良

これまでの研究成果のまとめ

非線形分散型方程式の孤立波の安定性について研究を行っている．非線形分散型方程式は分散性と非線形を持つ波動現象を記述する数理モデルとして様々な領域で現れ，その代表例として非線形シュレディンガー方程式や KdV 方程式を含む．孤立波は形を変えずに一定の周波数・進行速度で伝播する特殊解であり，方程式の物理的・数学的特徴を内包する．そのため孤立波の性質，特に安定性を調べることは一般解の時間大域挙動を解明する上で重要となる．

以下主要論文の成果について述べる（[] は論文リストの番号に対応）．

孤立波の 2 パラメータ族の退化ケース [2] 孤立波の安定性の判定法として Grillakis–Shatah–Strauss (1987, 1990) の抽象理論が広く応用されているが，安定と不安定の境目など，退化が起きている場合にはこの理論を適用することはできない．本論文では孤立波の 2 パラメータ族の退化ケースにおける不安定性の抽象理論を構築した．さらにその理論を一般化微分型非線形シュレディンガー方程式へ応用し，安定と不安定の境目における孤立波の不安定性を証明した．

孤立波の強不安定性 [4] 逆べき乗ポテンシャルを持つ非線形シュレディンガー方程式に対し，先行研究では正のエネルギーを持つ孤立波の強不安定性が得られていたが，この仮定はポテンシャルがない場合と類似の状況とみなせる強い仮定であった．本論文では，スケーリングの観点から自然なより弱い仮定の下で孤立波の強不安定性を証明した．本論文の手法はスケーリングに関する類似の性質を持つ様々な方程式に適用可能である．

代数的孤立波の不安定性 [6] 二重べき型非線形シュレディンガー方程式は指数減衰する孤立波だけでなく，多項式減衰する代数的孤立波を持つ．代数的孤立波は臨界の状況に現れるため，安定性を判定するための抽象理論は適用できない．本論文ではエネルギーとスケーリングを用いた解析により，非線形項が質量臨界および質量優臨界の場合の代数的孤立波の強不安定性を証明し，さらに質量劣臨界の場合に代数的孤立波が不安定となるための非線形項の指数に対する十分条件を与えた．

点相互作用を持つ 2 次元非線形シュレディンガー方程式 [8] 点相互作用（デルタポテンシャル）を持つ非線形シュレディンガー方程式は，1 次元では孤立波の安定性に関して多くの研究結果がある．しかし 2 次元においてはエネルギー空間が通常のソボレフ空間と異なるなどの困難さから，ほとんど研究されていなかった．本論文では 2 次元の場合に，エネルギー法とストリッカーツ評価を用いて時間局所適切性を示した．また孤立波の存在と正値球対称性・一意性・非退化性を示した．さらに摂動の議論を用いることで，小さい周波数を持つ孤立波の安定性を示し，大きい周波数を持つ孤立波の安定性／不安定性を非線形項の指数によって決定した．