

研究成果

古澤 昌秋

Johns Hopkins において学位論文に関する研究を開始して以来、保型表現及び保型 L 関数を研究課題として、研究を行ってきた。以下にこれまでの研究成果を 2 項目に分けて簡潔に述べる。

保型 L 関数の積分表示について

学位論文 (Amer. J. Math. 1993) では、 $SO(5, 2)$ の Eisenstein series の Bessel period として、 $SO(4) \times GL(2)$ の保型 L 関数の積分表示を得た。Ginzburg, Piatetski-Shapiro & Rallis によって $SO(V) \times GL_n$ の保型 L 関数の積分表示として一般化されたが、それに先立つ結果であった。

その後、Crelle 1993 の論文においては、 $GU(2, 2)$ の Klingen 型 Eisenstein 級数を用いて、 $GSp(4) \times GL(2)$ の次数 8 の保型 L 関数の積分表示を得、その応用として、特殊値の代数性を示した。この積分表示は、Pitale, Saha, Schmidt によって、深く研究され、 $GSp(4)$ から $GL(4)$ への transfer の Converse Theorem を用いた証明に応用された。

Bump, Ginzburg との共著論文 (Crelle 1995) においては、multiplicity one が成り立たないような local model を用いた保型 L 関数の新しい積分表示をいくつか発見した。長い間、新しい進展はなかったが、近年、Pollack, そして Ginzburg らによって、再び、この方面の研究が活発化しつつある。

保型 L 関数の特殊値について

森本和輝 (神戸大学) との共同研究 (Amer. J. Math. 2014, 2016) によって、上記の Ginzburg, Piatetski-Shapiro & Rallis の積分表示を用いて、定符号の $SO(V)$ と $GL(2)$ のテンソル積 L 関数の特殊値の代数性を証明した。その特別な場合として、 $GL(2)$ の Rankin triple L 関数の unbalanced と呼ばれる場合の特殊値の代数性も示された。

1980 年代に Böcherer は、Hecke 固有形式である次数 2 のジューゲル尖点形式の Fourier 係数の虚 2 次体のイデアル類群に対応する有限和とスピノル L 関数を 2 次指標でひねった L 関数の中心特殊値の間の関係について、大変興味深い予想を提唱した。1990 年代後半から、Shalika と、後に Martin も加わった共同研究として、相対跡公式による Böcherer 予想へのアプローチに挑んだ。基本補題及びその Hecke 環全体への拡大 (Memoirs of AMS 2003, 2013, Amer. J. Math. 2011) に成功したが、その後の研究は膠着状態に陥ってしまった。森本和輝との共同研究として、1990 年代に考えていたテータ対応によるアプローチ (Crelle 1995) を再考したところ、その頃から現在までのテータ対応に関する理論の目覚ましい進展及び市野-池田による中心特殊値明示公式の画期的な定式化によって、Böcherer 予想を解決すること (JEMS 2021) ができた。この業績には、2022 年度日本数学会代数学賞が与えられた。