これまでの研究成果のまとめ

源嶋 孝太

これまでの研究概要

私はこの 5 年間で主に次のようなテーマで研究に取り組んできました.

(1) 有限素点における $(GSp_4, GL_2 \times_{GL_1} GL_2)$ の不分岐新谷関数の明示公式とその応用

(2) 実素点における $(GSp_4, GL_2 \times_{GL_1} GL_2)$ の新谷関数の明示公式とその応用

(3) Rankinn–Selberg L 関数と三重積 L 関数の臨界値の定量的研究

(4) テータリフトとしての, 志村–新谷対応の定式化とその応用

(1) 私は, 加藤–村瀬–菅野による直交群上の新谷関数の明示公式の証明において重要な役割を果たす, ある汎関数の有理型接続の証明を大幅に簡略化しました. そして, その議論を用いて, 任意の非アルキメデス的局所体における GSp_4 上の不分岐新谷関数の明示公式を示しました. さらに, 不分岐素点において, GSp_4 に対する村瀬–菅野型の局所積分を定式化し, 得られた明示公式を用いてその局所積分を計算することで, それが GSp_4 の不分岐スピン L 因子と, 不分岐 Rankin–Selberg L 因子の商であることを示しました.

(2) 私は, Siegel モジュラー形式に付随する実新谷関数について, 超幾何関数 ${}_3F_2$ を用いた明示公式を与えました. また, $GSp_4(\mathbb{R})$ に対する村瀬–菅野型の局所積分を定式化し, 得られた明示公式を用いて局所積分を計算することで、その局所積分が $GSp_4(\mathbb{R})$ の正則離散系列表現に関するスピン L 因子と, 実 Rankin–Selberg L 因子の商であることを示しました. (1) の研究と組み合わせることで、GSp_4 のスピン L 関数と Rankin–Selberg L 関数の商の積分表示が得られます. 特に, これは GSp_4 のスピン L 関数と Rankin–Selberg L 関数の間の直接的な関係式と, スピン L 関数の新しい解析接続および関数等式の証明を与えます.

(3) 私は, モジュラー形式の Rankin–Selberg L 関数の任意の臨界値に対する明示公式を示しました. また, その系として Rankin–Selberg L 関数の臨界値の, ある代数的整数性を示しました. さらに, その証明の系として, Rankin–Selberg L 関数の臨界値による, カスプ形式の特徴づけを与えました.

また, 上記の結果と同様の手法を三重積 L 関数に適用することで, 三重積 L 関数のある臨界値に対する明示公式を証明しました (福永健吾氏との共同研究).

(4) 志村–新谷対応とは楕円カスプ形式とヤコビ形式の間の対応です. 私は村瀬篤氏との共同研究として, 志村–新谷対応をテータリフトとして再定式化し, その応用として志村リフトと新谷リフトの合成が, ある保型 L 関数の中心値で記述されることを示しました. 特に, その応用として, 新谷リフトのノルムの明示公式が得られました.