これまでの研究成果 (濱中翔太)

応募者は，計量などの構造を込めた多様体の形及び計量全体の空間の中の特別なクラスの計量の成す部分空間（例えば，正スカラー曲率計量の成す空間）のトポロジーなどに興味がある．研究手法としては主に幾何解析的なものを考えており，その中でも特にリッチフローと呼ばれる幾何学的流に興味があり，それ自体についても研究している．以下にこれまでの研究の簡単な説明を述べる．

- S. Hamanaka, Decompositions of the space of Riemannian metrics on a compact manifold with boundary, Calc. Var. Partial differential Equations 60, 1-24 (2021).**(Peer-reviewed)**

  小磯の定理として知られている「閉多様体（境界が無いコンパクト滑らかな多様体）上のある幾何学的な条件を満たすリーマン計量はリーマン計量全体の成す無限次元多様体の中で微分同相及び共形変形それぞれの作用の方向に分解できる」という定理がある．この論文で応募者は，それを境界の共形類を固定した極小境界を持つ多様体の場合に拡張した．

- S. Hamanaka, Non-Einstein relative Yamabe metrics, Kodai Math. J. 44, 265-272 (2021).**(Peer-reviewed)**

  この論文で応募者は，極小境界を持つある定スカラー曲率計量が相対山辺計量になるためのある十分条件を与えた．相対山辺計量とは，閉多様体上の山辺の問題の解の極小境界版と見做せるものである．また上述の条件を用いて，正スカラー曲率をもつ相対山辺計量ではあるがアインシュタイン計量ではないもの（3 次元ベルジェ球面上）の例も与えた．

- S. Hamanaka, Ricci flow with bounded curvature integrals, Pacific J. Math. 314, 283-309 (2021).**(Peer-reviewed)**

  この論文で応募者は，スカラー曲率やリーマン曲率のノルムの積分量で表されるあるエネルギーが有界な，4 次元以上の閉多様体上のリッチフローが有限特異時間に近づくとき，有限個の特異点を除いて滑らかなあるリーマン多様体へ収束することを示した．また，その時現れる特異点は錐的オービフォルド特異点であり，それは特異時間を越えて少なくともオービフォルドリッチフローの意味で拡張できるということを示した．

- S. Hamanaka, Type of finite time singularities of the Ricci flow with bounded scalar curvature, arXiv:2105.08250 (2021).**(Not peer-reviewed)**

  この論文で応募者は，閉多様体 M 上のリッチフローであって，$M \times [0,T)$ $(T < \infty)$ 上でそのスカラー曲率が一様有界なものの，あるタイプの特異点（つまり，そのリーマン曲率テンソルの大きさが $t \to T$ で発散する M 上の点）の形がある意味で制限されることを示した．

- S. Hamanaka, Limit theorems for the total scalar curvature (old version: C^0, C^1-limit theorems for total scalar curvatures), arXiv:2208.01865 (2022).**(Submitted)**

  この論文で応募者は特に次のことを示した；$\mathcal{M}$ をある n 次元 $(n \geq 3)$ 閉多様体上のリーマン計量全体の空間とする．任意の非負連続関数 σ と定数 κ に対して

$$\left\{ g \in \mathcal{M} \;\middle|\; \int_M R(g)\, d\mathrm{vol}_g \geq \kappa,\ R(g) \geq \sigma \right\}$$

は $\mathcal{M}$ の中で $W^{1,p}$ $(p > n)$-位相に関して閉である．

また同じ論文で応募者は，重み付きの全スカラー曲率

$$\int_M R(g)e^{-f}\, d\mathrm{vol}_g$$

の下からのバウンドが計量と重み関数のある意味の収束の下で保たれることも示した．この系として,（Lee–LeFloch が定義した意味で）超関数的なスカラー曲率の下からのバウンドが $W^{1,p}$ $(p > n^2/2)$ 収束で保たれることもわかる（極限の計量が C^2 級である仮定は必要）.

- S. Hamanaka, Upper bound preservation of the total scalar curvature in a conformal class, in preparation.**(Not peer-reviewed)**

  この論文で応募者は特に次のことを示した； $g_0 \in \mathcal{M}$ とする．任意の連続関数 σ と定数 κ に対し g_0 の共形類 $[g_0]$ の山辺定数が正，非正の時それぞれ

$$\left\{ g \in [g_0] \;\middle|\; \int_M R(g)\, d\mathrm{vol}_g \leq \kappa,\ R(g) \geq \sigma \right\},\ \left\{ g \in [g_0] \;\middle|\; \int_M R(g)\, d\mathrm{vol}_g \leq \kappa \right\}$$

  は $\mathcal{M}$ の中で C^0-位相に関して閉である．

Research statement (Shota Hamanaka)

I'm interested in the shape of a manifold endowed with a Riemannian metric structure, and the topology of some distinctive subspaces of the space of all Riemannian metrics, e.g., the space of positive scalar curvature metircs. The main method that I'm using is geometric analysis, especially Geometric flows (e.g., Ricci flows). I'm also interested in Ricci flows themselves and study the behavior of them. I'll concisely explain my past and current studies as follows.

- S. Hamanaka, Decompositions of the space of Riemannian metrics on a compact manifold with boundary, Calc. Var. Partial differential Equations 60, 1-24 (2021).**(Peer-reviewed)**

  In this paper, I extended Koiso's decomposition theorem (on a closed manifold) to one on a compact manifold with boundary.

- S. Hamanaka, Non-Einstein relative Yamabe metrics, Kodai Math. J. 44, 265-272 (2021).**(Peer-reviewed)**

  In this paper, I gave a sufficient condition for a constant scalar curvature metric with minimal boundary to be a relative Yamabe metric. Here, a relative Yamabe metric is the one corresponding to a solution of the Yamabe problem with minimal boundary condition.

- S. Hamanaka, Ricci flow with bounded curvature integrals, Pacific J. Math. 314, 283-309 (2021).**(Peer-reviewed)**

  In this paper, I proved that if a Ricci flow on a closed manifold satisfies a condition characterized as some integral forms, then as the time approaches the first finite singular time, the metric converges to a Riemannian metric on the manifold except for finitely many singular points. I also showed that such a flow can be extended over the singular time as an orbifold Ricci flow.